

**Escola Universitaria Politécnica**

**Grado en Ingeniería Eléctrica**

**TRABAJO DE FIN DE GRADO**

**TFG Nº: 770G02A182**

**TÍTULO: ESTUDIO DEL RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE  
COMBUSTIÓN EXTERNA - MOTOR STIRLING**

**AUTOR: JAVIER GARCÍA CARBALLÉS**

**TUTORES: JOSÉ LUIS CASTELEIRO ROCA  
ESTEBAN JOVE PÉREZ**

**FECHA: DICIEMBRE DE 2018**

**Fdo.: EL AUTOR**

**Fdo.: LOS TUTORES**



**TÍTULO: ESTUDIO DEL RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE  
COMBUSTIÓN EXTERNA - MOTOR STIRLING**

---

# **ÍNDICE**

---

**PETICIONARIO: ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA**

**AVDA. 19 DE FEBREIRO, S/N**

**15405 - FERROL**

**FECHA: DICIEMBRE DE 2018**

**AUTOR: EL ALUMNO**

**Fdo.: JAVIER GARCÍA CARBALLÉS**





<b>I</b>	<b>ÍNDICE</b>	<b>3</b>
	Contenidos del TFG	5
	Listado de figuras	7
<b>II</b>	<b>MEMORIA</b>	<b>9</b>
	Índice del documento Memoria	11
1	Objeto	13
2	Alcance	13
3	Antecedentes	13
3.1	Introducción a las Máquinas Térmicas	14
3.2	Ciclos termodinámicos de los motores	15
3.2.1	Ciclo de Carnot	15
3.2.2	Ciclo de Rankine	16
3.2.3	Ciclo de Ericcson	18
3.2.4	Ciclo de Brayton	20
3.2.5	Ciclo de Otto	21
3.2.6	Ciclo de Diesel	23
3.2.7	Ciclo de Stirling	24
4	Normas y referencias	26
4.1	Bibliografía	26
4.2	Otras referencias (Figuras)	26
5	Definiciones y abreviaturas	27
6	Requisitos de diseño	29
7	Análisis de las soluciones	29
7.1	Ventajas principales de un motor Stirling	30
7.1.1	Tipos de Motores Stirling	30
7.2	Desventajas principales de un motor Stirling	31
7.3	Modelo Matemático de un motor Stirling	32
7.3.1	Rendimiento teórico de un ciclo Stirling con irreversibilidades	32
7.3.2	Rendimiento teórico de un motor Stirling con irreversibilidades	37
7.4	Conclusiones	41
8	Resultados finales	42
8.1	Rendimientos reales y teóricos	42
8.2	Propuestas de Aplicaciones	43
8.2.1	Recuperación de Energía	43
8.2.2	Bombas de calor	43
8.2.3	Microcogeneración	44
8.2.4	Energías renovables	44
8.3	Conclusiones	44
9	Orden de prioridad entre los documentos	45

<b>III ANEXOS</b>	47
Índice del documento Anexos	49
10 Asignación del Trabajo de Fin de Grado	51
11 Conceptos Termodinámicos y Rendimiento de un ciclo Carnot	54
11.1 Conceptos Termodinámicos	54
11.1.1 Procesos isotérmicos	58
11.1.2 Procesos isobáricos	59
11.1.3 Procesos Isocoros	60
11.1.4 Procesos Adiabáticos	61
11.2 Rendimiento de un ciclo Carnot	61
11.2.1 Conclusiones	70
12 Datos y cálculos de un motor Stirling sensorizado	71
12.1 Motor y sensorización	71
12.2 Datos	72
12.3 Cálculos	73
12.4 Conclusiones.	76
<b>IV PLIEGO DE CONDICIONES</b>	79
Índice del documento Pliego de condiciones	81
13 Pliego de Condiciones	83
<b>V ESTADO DE MEDICIONES</b>	85
Índice del documento Estado de Mediciones	87
14 Estado de Mediciones	89
<b>VI PRESUPUESTO</b>	91
Índice del documento Presupuesto	93
15 Precios unitarios de mano de obra	95

# Listado de figuras

1	Sadi Carnot, físico francés [1]. . . . .	14
2	Esquema de una máquina térmica (motor) y una máquina frigorífica [2]. . . . .	15
3	Diagrama T-S de un ciclo de Rakine [3]. . . . .	17
4	Diagrama P-V de un ciclo de Rakine [4]. . . . .	17
5	Diagramas P-V y T-S de un ciclo de Ericsson [5]. . . . .	18
6	Diagramas P-V y T-S de un ciclo de Brayton [6]. . . . .	20
7	Diagrama P-V de un ciclo de Otto [7]. . . . .	22
8	Diagrama P-V de un ciclo de Diesel [8]. . . . .	24
9	Diagramas P-V y T-S de un ciclo de Stirling [9]. . . . .	25
10	Motor Stirling tipo Alpha [10]. . . . .	30
11	Motor Stirling tipo Beta [11]. . . . .	31
12	Motor Stirling tipo Gamma [12]. . . . .	31
13	Ciclo de Carnot, diagrama P-V. . . . .	55
14	Ciclo de Carnot, diagrama T-S. . . . .	55
15	Ciclo de Carnot en gráfica P-V. . . . .	62
16	Criterio de signos de calor y trabajo [13]. . . . .	62
17	Ciclo de Carnot en gráfica T-S. . . . .	68
18	Motor Stirling seleccionado. . . . .	71
19	Panel de control de la sensorización. . . . .	72
20	Panel de control del motor. . . . .	73
21	Contador de gas. . . . .	73
22	Contador de energía térmica. . . . .	74
23	Temperatura mínima registrada en la pared exterior del motor. . . . .	74
24	Temperatura máxima registrada en la pared exterior del motor. . . . .	75
25	Temperatura de salida de los gases. . . . .	76
26	Panel de control de la sensorización en el momento inicial. . . . .	77
27	Contador de gas a los 10 minutos. . . . .	77
28	Panel de control del motor a los 10 minutos. . . . .	78
29	Panel de control de la sensorización a los 10 minutos. . . . .	78
30	Contador de energía térmica. . . . .	78



**TÍTULO: ESTUDIO DEL RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE  
COMBUSTIÓN EXTERNA - MOTOR STIRLING**

---

# **MEMORIA**

---

**PETICIONARIO: ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA**

**AVDA. 19 DE FEBREIRO, S/N**

**15405 - FERROL**

**FECHA: DICIEMBRE DE 2018**

**AUTOR: EL ALUMNO**

**Fdo.: JAVIER GARCÍA CARBALLÉS**



## Índice del documento MEMORIA

<b>1</b>	<b>Objeto</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>Alcance</b>	<b>13</b>
<b>3</b>	<b>Antecedentes</b>	<b>13</b>
3.1	Introducción a las Máquinas Térmicas . . . . .	14
3.2	Ciclos termodinámicos de los motores . . . . .	15
3.2.1	Ciclo de Carnot . . . . .	15
3.2.2	Ciclo de Rankine . . . . .	16
3.2.3	Ciclo de Ericcson . . . . .	18
3.2.4	Ciclo de Brayton . . . . .	20
3.2.5	Ciclo de Otto . . . . .	21
3.2.6	Ciclo de Diesel . . . . .	23
3.2.7	Ciclo de Stirling . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Normas y referencias</b>	<b>26</b>
4.1	Bibliografía . . . . .	26
4.2	Otras referencias (Figuras) . . . . .	26
<b>5</b>	<b>Definiciones y abreviaturas</b>	<b>27</b>
<b>6</b>	<b>Requisitos de diseño</b>	<b>29</b>
<b>7</b>	<b>Análisis de las soluciones</b>	<b>29</b>
7.1	Ventajas principales de un motor Stirling . . . . .	30
7.1.1	Tipos de Motores Stirling . . . . .	30
7.1.1.1	Tipo Alpha . . . . .	30
7.1.1.2	Tipo Beta . . . . .	30
7.1.1.3	Tipo Gamma . . . . .	31
7.2	Desventajas principales de un motor Stirling . . . . .	31
7.3	Modelo Matemático de un motor Stirling . . . . .	32
7.3.1	Rendimiento teórico de un ciclo Stirling con irreversibilidades . . . . .	32
7.3.1.1	Ciclo Stirling con regeneración parcial . . . . .	33
7.3.1.2	Ciclo Stirling con pérdidas por fricción . . . . .	34
7.3.1.3	Ciclo Stirling con pérdidas por tranferencia de calor entre dos focos térmicos determinados. . . . .	35
7.3.1.4	Conclusiones. . . . .	37
7.3.2	Rendimiento teórico de un motor Stirling con irreversibilidades . . . . .	37
7.4	Conclusiones . . . . .	41

<b>8 Resultados finales</b>	<b>42</b>
8.1 Rendimientos reales y teóricos . . . . .	42
8.2 Propuestas de Aplicaciones . . . . .	43
8.2.1 Recuperación de Energía . . . . .	43
8.2.2 Bombas de calor . . . . .	43
8.2.3 Microcogeneración . . . . .	44
8.2.4 Energías renovables . . . . .	44
8.3 Conclusiones . . . . .	44
<b>9 Orden de prioridad entre los documentos</b>	<b>45</b>



# 1 Objeto

Este Trabajo de Fin de Grado abordará el estudio del rendimiento de un motor de combustión externa que funciona bajo el ciclo Stirling, para el cual se analizará una maqueta funcional de un motor real, a través de la sensorización necesaria para la obtención de datos y un sistema de generación eléctrica en corriente alterna. Se realizará un estudio comparativo con referencia en el ciclo de Carnot, que permita comparar el rendimiento de los distintos ciclos termodinámicos en régimen motor. Se expondrán distintas aplicaciones en función de los datos obtenidos.

## 2 Alcance

A lo largo de este Trabajo de Final de Grado se abordarán los diferentes ciclos termodinámicos desarrollados de los motores centrándose en el ciclo Stirling, para el cual se desarrollará un método matemático y se comparará con un motor real sensorizado, que permita tanto la adquisición de datos para registrar su funcionamiento, como medir la energía eléctrica generada por el mismo.

Se centrará en estudiar la eficiencia del motor teniendo en cuenta la energía térmica consumida en el proceso, en función de la energía eléctrica que sea capaz de generar.

Por último se realizará el estudio de la posibilidad de combinar un motor tipo Stirling con energías renovables, así como el diseño de posibles aplicaciones de dicho motor para un uso doméstico e industrial.

## 3 Antecedentes

Dentro de este apartado se desarrollará el estudio de los diferentes ciclos termodinámicos de los motores a lo largo de la historia. Se centrará sobre todo en aquellos que supusieron un mayor impacto o avance industrial, y que obtuvieron un mayor grado de utilización y desarrollo.

Además, se partirá de los conceptos básicos descritos en el anexo: Conceptos Termodinámicos y Rendimiento de un ciclo de Carnot, para llegar a comprender los diferentes fenóme-

nos físicos que suceden en los diferentes ciclos.

### 3.1. Introducción a las Máquinas Térmicas

Aunque a lo largo de la historia se desarrollaron diferentes máquinas térmicas, cabe destacar la de Herón de Alenjandro (año 75 a.c.). Sin embargo, no fue hasta el siglo XVII cuando se les empezó a dar una funcionalidad práctica y comenzó un desarrollo a través de la experimentación que daría lugar a diferentes ciclos durante los siglos posteriores.

En 1629 Giovanni Branca diseña la primera turbina de acción, y en 1690, Denis Papin crea el primer motor de vapor. Estos primeros desarrollos de máquinas térmicas no resultaban prácticos, por lo que se tomaron por meras experimentaciones. Fue Thomas Newcomen (frecuentemente nombrado como el padre de la revolución industrial), en 1712, junto a su socio Thomas Savery, el primero en desarrollar una máquina de vapor capaz de realizar un trabajo real. Más tarde James Watt mejoraría su invento al incluir en la máquina su famoso regulador centrífugo.

Pero no sería hasta 1824, con la publicación de 'Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego y sobre las máquinas adecuadas para desarrollar esta potencia', por parte de Sadi Carnot (1796-1832 París), figura 1, cuando se establecieron los conceptos físicos sobre los motores térmicos, dando lugar también al posteriormente conocido como segundo principio de la termodinámica. En esta obra se establecía que las máquinas térmicas debían de funcionar



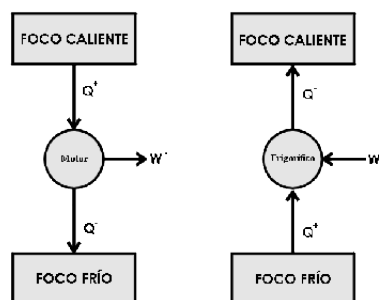
**Figura 1** – Sadi Carnot, físico francés [1].

obteniendo, en el caso de las máquinas de vapor, el trabajo de una 'caída' de calor desde una fuente a alta temperatura a una de baja temperatura, por lo que el rendimiento máximo del motor se estableció como:

$$\eta = 1 - \frac{T_{baja}}{T_{alta}} \quad (1)$$

Por lo que ninguna máquina de este tipo podía tener una eficiencia mayor a la de una máquina ideal reversible. Esto, en definitiva, sería la base para el desarrollo de las máquinas térmicas tanto en funcionamiento en régimen de motor como en régimen frigorífico (figura 2).

Otro concepto que postuló Carnot fue, que para que un proceso trabajara de manera cíclica debía permitírsele al fluido tanto ceder como absorber calor, por lo que una vez extraído el tra-



**Figura 2** – Esquema de una máquina térmica (motor) y una máquina frigorífica [2].

bajo en el primer proceso debería generarse una serie de procesos continuos que permitieran a dicho fluido alcanzar las condiciones iniciales previas al primer proceso. Esto constituyó el primer ciclo termodinámico teórico de trabajo para un motor térmico.

A pesar del trabajo realizado por Carnot, serían William Thomson (lord Kelvin) que introduce la escala absoluta de temperatura, y Rudolf Clausius, incluyendo conceptos como la entropía, quienes demostrarían que parte de ese calor que 'caía' se transformaba en trabajo. Junto a James Prescott Joule formularon las bases de la termodinámica postulando la primera ley de la termodinámica y absorbiendo la segunda del trabajo de Carnot.

## 3.2. Ciclos termodinámicos de los motores

A lo largo de la historia se han desarrollado diferentes ciclos termodinámicos y con ellos diferentes motores, buscando en ellos maximizar el rendimiento. En este estudio se partirá de este punto en común y después se clasificará en ciclos de combustión interna y externa, especificando cuales son las diferencias entre ellos. Dando una mayor importancia al ciclo Stirling, el cual, es el principal objeto de este Trabajo Fin de Grado.

### 3.2.1. Ciclo de Carnot

El ciclo de Carnot (explicado en el anexo: Conceptos Termodinámicos y Rendimiento de un ciclo de Carnot), aunque teórico, ya que en todos los procesos se produce alguna irreversibilidad debido a las pérdidas de energía en los mismos, es la base de los posteriores ciclos termodinámicos de los motores, tanto de combustión interna como externa.

Como se demuestra en dicho anexo, el ciclo consta de cuatro estados distintos, en los cuales, temperatura, presión y volumen varían en función de los procesos que transcurren en el ciclo, dos isotérmicos y dos adiabáticos. Para llegar a la conclusión definida por Carnot de que el rendimiento (ecuación 1), sólo depende de las temperaturas extremas en las que trabaja el ciclo, se necesita conocer el calor absorbido  $Q$ , en este caso durante un proceso isotérmico, y el trabajo neto que extraemos del ciclo  $W$ . Para calcular estos valores se trabajará sobre diagramas que representan los cambios de variables de cada estado,  $P$ - $V$  (Presión vs. Volumen) y  $T$ - $S$  (Temperatura vs. Entropía). Se obtiene entonces como resultado las ecuaciones:

Para diagramas P-V:

$$Q = n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2)$$

$$W = n \cdot R \cdot (T_{alta} - T_{baja}) \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (3)$$

Para diagramas T-S:

$$Q = T_{alta} \cdot (S_2 - S_1) \quad (4)$$

$$W = (T_{alta} - T_{baja}) \cdot (S_2 - S_1) \quad (5)$$

En ambos casos:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q|} = 1 - \frac{T_{baja}}{T_{alta}} \quad (6)$$

### 3.2.2. Ciclo de Rankine

Aunque el ciclo de Carnot es el que presenta un mejor rendimiento en la extracción de trabajo a través del calor, su idealidad lo convierte en irreal, por eso los ingenieros de finales del siglo XIX buscaron la manera de llevarlo a la práctica a través de diferentes ciclos adaptados.

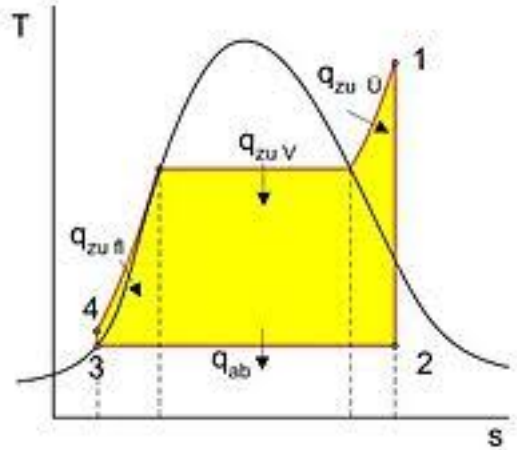
Uno de los primeros fué el ciclo de Rankine, que recibe el nombre de su desarrollador, William John Macquorn Rankine (5 de julio de 1820 - 24 de diciembre de 1872).

En este ciclo se intentó ajustar lo máximo posible al original de Sadi Carnot. Para ello, Rankine halló una relación entre la presión de vapor saturado y la temperatura. Es uno de los ciclos térmicos más usados en el ámbito industrial y doméstico (centrales térmicas y de ciclo combinado, neveras, aire acondicionado, ...).

Como se concluye en el anexo: Conceptos Termodinámicos y Rendimiento de un ciclo de Carnot, la única fuente de energía aportada al sistema, al igual que en un ciclo Carnot, se hace absorbiendo calor, y el trabajo neto corresponde al área que encierran sus proceso, por lo que su rendimiento depende de la relación entálpica entre los procesos de absorción y cesión de calor.

Para aumentar su rendimiento se introdujo el uso de un condensador que permitía trabajar a menores temperaturas en el foco frío, más tarde, Hirn, añadiría otra mejora a través de un sobrecalentamiento del vapor. Como consecuencia de estas mejoras no solo aumenta el rendimiento, el trabajo extraído del ciclo también lo hace, como se ve reflejado gráficamente en la figura 3. Por contra, el calor absorbido también aumenta, por lo que el rendimiento sigue siendo inferior al del ciclo de Carnot.

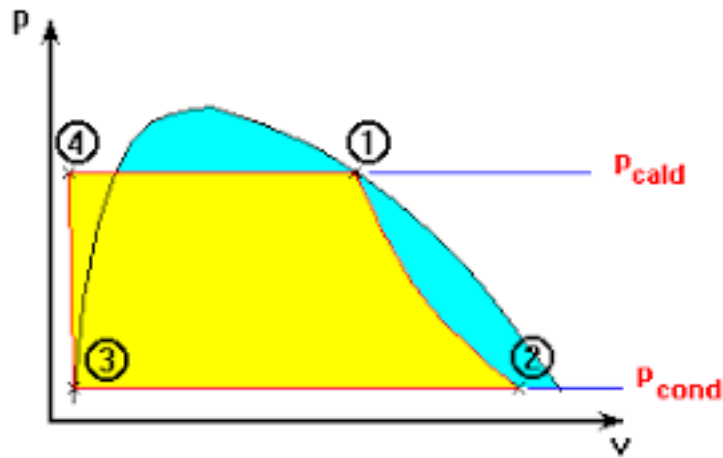
Es un ciclo realizable sólo en máquinas con combustión externa y al contrario que otros ciclos, los procesos se realizan en equipos distintos. A través del diagrama T-S de la figura 3, se pueden visualizar los distintos procesos. En este diagrama cabe destacar varias observaciones. La primera es que la línea que forma la campana corresponde a la línea de saturación. A la izquierda de esa línea está la zona de líquido subenfriado, a la derecha la de vapor sobrecalentado y dentro conviven las dos fases, líquido y vapor. Por lo tanto, dentro de la campana



**Figura 3** – Diagrama T-S de un ciclo de Rankine [3].

estaríamos trabajando a temperaturas de cambio de fase, lo que significa temperatura y presión constantes.

Aparte del rendimiento, una de las diferencias significativas son los procesos que transcurren en el ciclo de Rankine con respecto al de Carnot. Continúa teniendo dos procesos adiabáticos, pero en vez de isotérmicos, los procesos de absorción y cesión de calor son isobáricos (figura 4).



**Figura 4** – Diagrama P-V de un ciclo de Rankine [4].

En el ciclo de Rankine, se introduce y extrae el trabajo mediante procesos adiabáticos, donde la transferencia de calor es nula, por lo cual queda definido  $W = -\Delta U$ . Entonces, el trabajo neto del ciclo:

$$W = |W_{out}| - |W_{in}| = |-\Delta U_{1-2}| - |-\Delta U_{3-4}| \quad (7)$$

$$W = (H_1 - H_2) - (H_4 - H_3) = (H_1 - H_4) - (H_2 - H_3) \quad (8)$$

El calor, en cambio, se absorbe ( $Q_c$ ), y se cede ( $Q_f$ ), durante procesos isobáricos:

$$Q_c = W_{4-1} + \Delta U_{4-1} = P \cdot (V_1 - V_4) + (U_1 - U_4) \quad (9)$$

$$Q_c = H_1 - H_4 \quad (10)$$

$$Q_f = W_{2-3} + \Delta U_{2-3} = P \cdot (V_3 - V_2) + (U_3 - U_2) \quad (11)$$

$$Q_f = H_3 - H_2 \quad (12)$$

Por lo tanto el rendimiento:

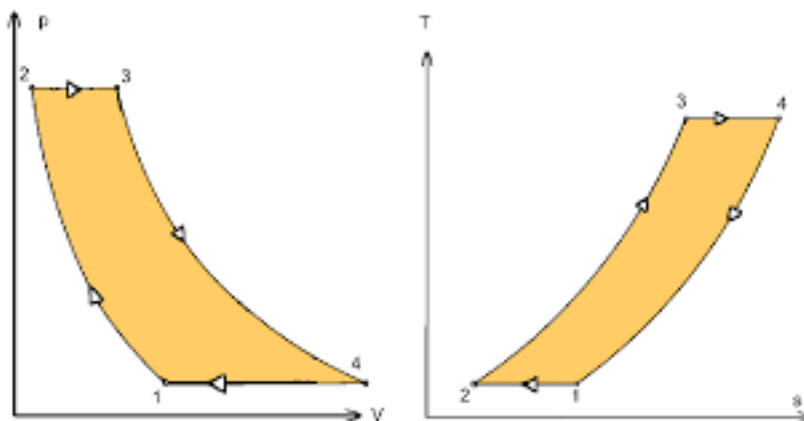
$$\eta = \frac{|W|}{|Q|} = \frac{|Q_c| - |Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{H_3 - H_2}{H_1 - H_4} \quad (13)$$

Para que el rendimiento de un ciclo de Rankine, observando sus diagramas T-S, fuese igual al de un ciclo de Carnot que trabaje bajo los mismos valores de temperaturas, debería ser  $T_4 = T_1$ . En el caso de un ciclo Rankine  $T_4 < T_1$ , por lo que el trabajo neto es inferior, y su rendimiento también.

Unos de los ejemplos más prácticos que podemos exponer para los ciclos Rankine son: las centrales térmicas de generación eléctrica, funcionando en régimen de máquina térmica; y una nevera, funcionando en régimen de máquina frigorífica.

### 3.2.3. Ciclo de Ericsson

John Ericsson, (31 de julio de 1803 - 8 de marzo de 1889) de origen sueco, desarrolló y contruyó varios motores utilizando distintos ciclos termodinámicos. En 1833, el primer ciclo que empleó, constaba de dos procesos adiabáticos y dos isobáricos (se acabó llamando ciclo de Brayton), pero en 1853 desarrolló el que finalmente llevaría su nombre (figura 5).



**Figura 5** – Diagramas P-V y T-S de un ciclo de Ericsson [5].

Los procesos que definen este ciclo, como se aprecia en la figura 5, son dos transformaciones isotérmicas y dos isobáricas. Durante los procesos 2-3 y 3-4 se absorbe calor y se extrae

trabajo, y durante los procesos 4-1 y 1-2 se cede calor e introduce trabajo al sistema. Por lo tanto, para calcular el rendimiento del ciclo:

$$W = |W_{out}| - |W_{in}| = \left| \int_2^3 P dV + \int_3^4 P dV \right| - \left| \int_4^1 P dV + \int_1^2 P dV \right| \quad (14)$$

$$W_{out} = P_{alta} \cdot (V_3 - V_2) + n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} = n \cdot C_p \cdot (T_{alta} - T_{baja}) + n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (15)$$

$$W_{in} = P_{baja} \cdot (V_1 - V_4) + n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = n \cdot C_p \cdot (T_{baja} - T_{alta}) + n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (16)$$

La relación de volúmenes es  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$ , y siendo  $|\ln \frac{V_2}{V_1}| = |\ln \frac{V_1}{V_2}|$  se puede expresar el trabajo neto del ciclo:

$$W = n \cdot R \cdot (T_{alta} - T_{baja}) \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (17)$$

El calor absorbido:

$$Q = \int_2^3 P dV + \Delta U_{2-3} + \int_3^4 P dV \quad (18)$$

$$Q = P_{alta} \cdot (V_3 - V_2) + (U_3 - U_2) + n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (19)$$

$$Q = n \cdot R \cdot (T_{baja} - T_{alta}) + n \cdot C_v \cdot (T_{baja} - T_{alta}) + n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (20)$$

Y aplicando la ley de Mayer el calor específico de un gas a presión constante,  $C_p$ , es igual a la suma del calor específico de un gas a volumen constante  $C_v$  y la constante Universal de los gases ideales,  $R$ , ( $C_p = C_v + R$ ):

$$Q = n \cdot C_p \cdot (T_{baja} - T_{alta}) + n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (21)$$

$$\eta = \frac{|W|}{|Q|} = \frac{|W_{out}| - |W_{in}|}{|Q|} = 1 - \frac{T_{baja}}{T_{alta}} \quad (22)$$

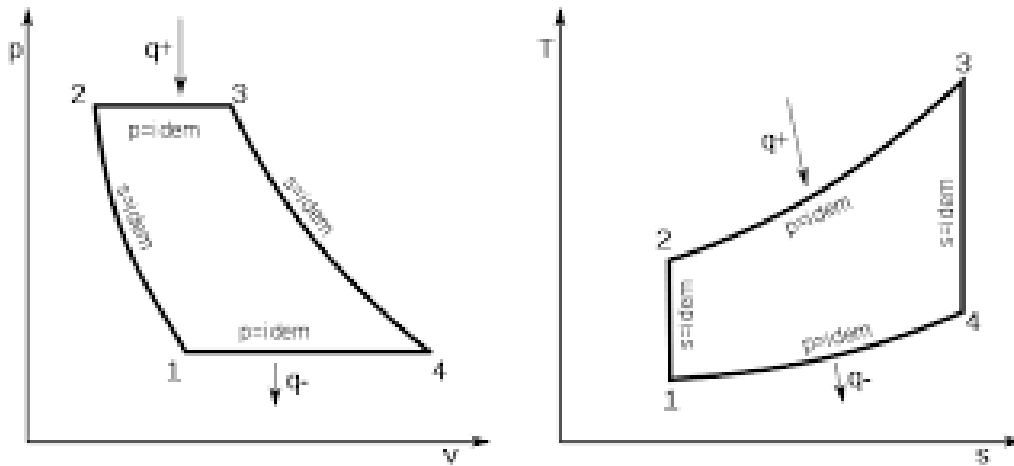
Por lo que una máquina térmica trabajando con un ciclo Ericsson ideal podría alcanzar el máximo rendimiento teórico de una máquina reversible.

Una de las características más diferenciativas que incluye Ericsson, es el uso del 'regenerador', que consistía en un intercambiador de calor a contracorriente que permitía, una pequeña mezcla de ambos flujos. La idea era precalentar los gases de combustión con los gases de escape, con la finalidad de ahorrar combustible. Robert Stirling (del que se hablará mas adelante), que ya había usado el mismo dispositivo, le había dado el nombre de 'economizador'.

Destacan sus aplicaciones en el ámbito solar, aunque también se emplea en automoción.

### 3.2.4. Ciclo de Brayton

En 1872, el ingeniero americano, George Brayton (3 de octubre de 1830 – 17 de diciembre de 1892), desarrolló un motor a presión constante, que sería la base de los motores de turbina de gas de las aeronaves.



**Figura 6** – Diagramas P-V y T-S de un ciclo de Brayton [6].

Observando la figura 6, lo podemos definir como una mezcla del ciclo de Carnot (tiene dos procesos adiabáticos) y Ericsson (dos procesos isobáricos).

Anteriormente hemos definido los procesos adiabáticos como aquellos en los que no se produce intercambio de calor, por lo tanto, según la primera ley de la termodinámica, el trabajo  $W$  será igual a la variación de energía interna  $U$  con signo contrario,  $W = -\Delta U$ . El trabajo neto queda definido:

$$W = |W_{out}| - |W_{in}| = \left| \int_2^3 P dV - \Delta U_{3-4} \right| - \left| \int_1^4 P dV - \Delta U_{1-2} \right| \quad (23)$$

$$W_{out} = P_{alta} \cdot (V_3 - V_2) - n \cdot C_v \cdot (T_4 - T_3) \quad (24)$$

$$W_{in} = P_{baja} \cdot (V_4 - V_1) + n \cdot C_v \cdot (T_2 - T_1) \quad (25)$$

$$W = n \cdot C_v \cdot (T_3 - T_2 + T_4 - T_1) + n \cdot R \cdot (T_3 - T_2 + T_4 - T_1) \quad (26)$$

Y aplicando nuevamente la ley de Mayer, ( $C_p = C_v + R$ ):

$$W = n \cdot C_p \cdot (T_3 - T_2 + T_4 - T_1) \quad (27)$$

El sistema únicamente absorbe calor en el proceso isobárico a alta presión:

$$Q = \int_2^3 P dV - \Delta U_{2-3} \quad (28)$$



$$Q = H_3 - H_2 = n \cdot C_p \cdot (T_3 - T_2) \quad (29)$$

Por lo tanto el rendimiento de un ciclo de Brayton:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q|} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (30)$$

La relación de temperaturas es  $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$ , por lo que  $\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \frac{T_1}{T_2}$ .

Entonces en rendimiento se puede definir como:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (31)$$

Por otro lado en rendimiento máximo según una máquina reversible de Carnot sería:

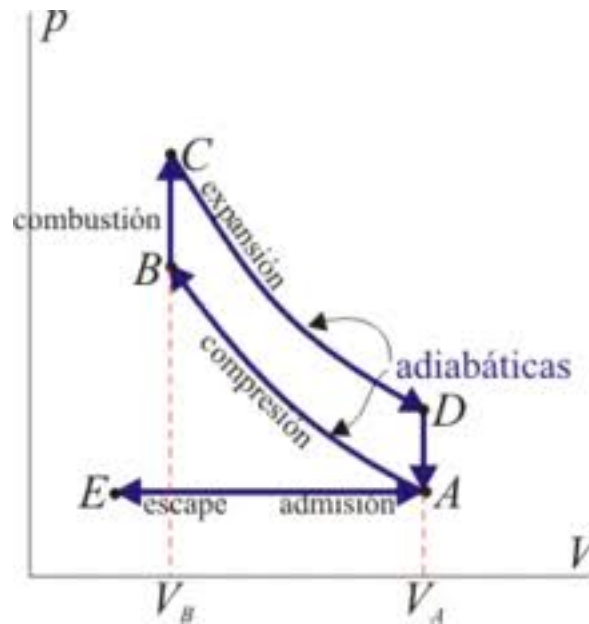
$$\eta = 1 - \frac{T_{baja}}{T_{alta}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \quad (32)$$

Siendo  $T_3 > T_2$ , se puede concluir que un ciclo de Brayton siempre tendrá menor rendimiento que un ciclo de Carnot que alcanzase valores de temperatura máximos y mínimos iguales.

Su aplicación más destacable se encuentra en las turbinas de gas a reacción de los aviones.

### 3.2.5. Ciclo de Otto

Nicolaus August Otto (Colonia, 10 de junio de 1832 - ibídem, 26 de enero de 1891), fue un ingeniero alemán que se basó en el desarrollo de Etienne Lenoir para diseñar un motor de combustión interna. Al producirse la combustión de esta manera, se puede deducir que este ciclo contará con dos estados más, uno de admisión de combustible y otro de escape.



**Figura 7** – Diagrama P-V de un ciclo de Otto [7].

En el ciclo (figura 7), una vez producida la admisión del combustible y aire se realiza una compresión de la mezcla mediante un proceso adiabático. Una vez realizada la compresión se produce la combustión, evidentemente este proceso implica en sí mismo una irreversibilidad, ya que una vez producida la combustión jamás se volverá a su estado anterior. Después se produce una expansión a gran velocidad, por lo que se puede considerar como adiabática. Por último se realiza el escape, en dos fases, primero se enfría a volumen constante y después se expulsa al exterior.

Siendo un sistema abierto se produce un intercambio de materia, pero sabiendo que la masa que entra es igual a la que sale, y que esto sucede simultáneamente, se puede suponer que es el mismo aire que se ha enfriado (y recuperado su capacidad para volver a producir la combustión). Matemáticamente se puede observar en la figura 7, que los estados de escape y admisión no generan un área en el ciclo, lo que implica que no influyen en el trabajo neto.

Para calcular el rendimiento de este ciclo, como se explica en el anexo: Conceptos Termodinámicos y Rendimiento de un ciclo de Carnot, se considera nulo el trabajo en los procesos isocóricos. Por el contrario, el calor se absorbe únicamente durante la ignición de la mezcla, por lo que:

$$W = W_{out} - W_{in} = |\Delta U_{C-D}| - |\Delta U_{A-B}| \quad (33)$$

$$W = |n \cdot C_v \cdot (T_D - T_C)| - |n \cdot C_v \cdot (T_B - T_A)| = n \cdot C_v \cdot (T_C - T_D - T_B + T_A) \quad (34)$$

$$Q = n \cdot C_v \cdot (T_C - T_B) \quad (35)$$

$$\eta = \frac{|W|}{|Q|} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \quad (36)$$

Siendo la relación de temperaturas:

$$\frac{T_D}{T_A} = \frac{T_C}{T_B} \quad (37)$$

$$\eta = \frac{|W|}{|Q|} = 1 - \frac{T_A}{T_B} \quad (38)$$

El rendimiento máximo de una máquina ideal reversible de Carnot trabajando con máximos y mínimos de temperatura similares es:

$$\eta = 1 - \frac{T_A}{T_C} \quad (39)$$

Siendo  $T_C > T_B$ , el rendimiento de un ciclo de Otto siempre será menor que el de una máquina ideal reversible de Carnot.

Siendo  $T_A$  y  $T_B$  las temperaturas que limitan el proceso de compresión, y aplicando la ley de Poisson, se puede definir el rendimiento también en función a la razón de compresión:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \quad (40)$$

Siendo:

$r = \frac{V_A}{V_B}$ , la relación entre volumen inicial y final de la compresión.

$\gamma$  = Índice adiabático.

### 3.2.6. Ciclo de Diesel

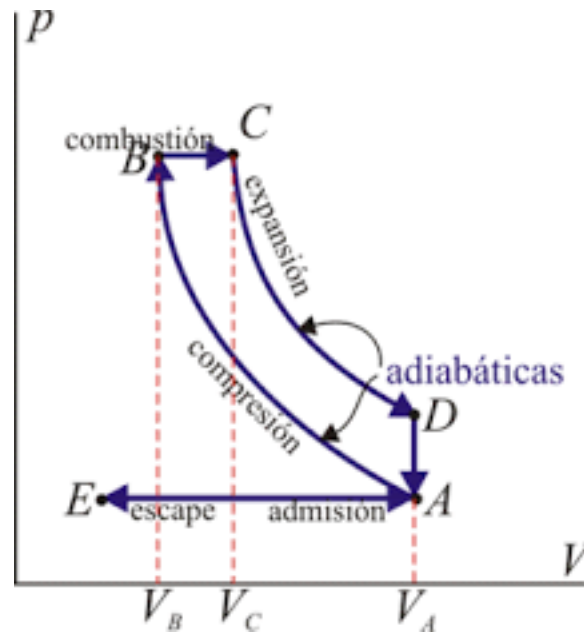
El ciclo Diesel (figura 8), guarda gran similitud con el ciclo de Otto. Desarrollado y construido por Rudolf Christian Karl Diesel (París, 18 de marzo de 1858 – Canal de la Mancha, 29 o 30 de septiembre de 1913), se diferencia del ciclo Otto en que la combustión es de mayor duración, y graficamente se sustituye el proceso de combustión isocórico por un proceso isobárico, lo que le permite alcanzar un mayor rendimiento.

Como en el ciclo de Otto, se produce un intercambio de materia, durante los procesos de admisión y escape. Al producirse la combustión de manera más lenta, siendo ésta de naturaleza espontánea, podemos traducirlo en un mayor aporte de calor:

$$W = W_{out} - W_{in} = |\Delta U_{C-D}| - |\Delta U_{A-B}| \quad (41)$$

$$W = |n \cdot C_v \cdot (T_D - T_C)| - |n \cdot C_v \cdot (T_B - T_A)| = n \cdot C_v \cdot (T_C - T_D - T_B + T_A) \quad (42)$$

$$Q = n \cdot C_p \cdot (T_C - T_B) \quad (43)$$



**Figura 8** – Diagrama P-V de un ciclo de Diesel [8].

$$\eta = \frac{|W|}{|Q|} = 1 - \frac{C_v \cdot (T_A - T_D)}{C_p \cdot (T_C - T_B)} = 1 - \frac{T_A - T_D}{\gamma \cdot (T_C - T_B)} \quad (44)$$

Usando el mismo razonamiento que en el ciclo de Otto, se puede definir el rendimiento también en función a la razón de compresión:

$$\eta = 1 - \frac{r_c^\gamma - 1}{\gamma \cdot r^{\gamma-1} \cdot (r_c - 1)} \quad (45)$$

Siendo  $r = \frac{V_A}{V_B}$ , la relación entre volumen inicial y final de la compresión y  $r_c = \frac{V_C}{V_B}$ , la relación de volúmenes durante la combustión.

### 3.2.7. Ciclo de Stirling

El Reverendo Dr. Robert Stirling (25 octubre 1790 – 6 junio 1878) junto con su hermano menor James Stirling, patentaron en 1816 el motor de aire caliente y el regenerador que lo hacía viable, que funcionaba con un ciclo termodinámico y que acabaría llevando su nombre.

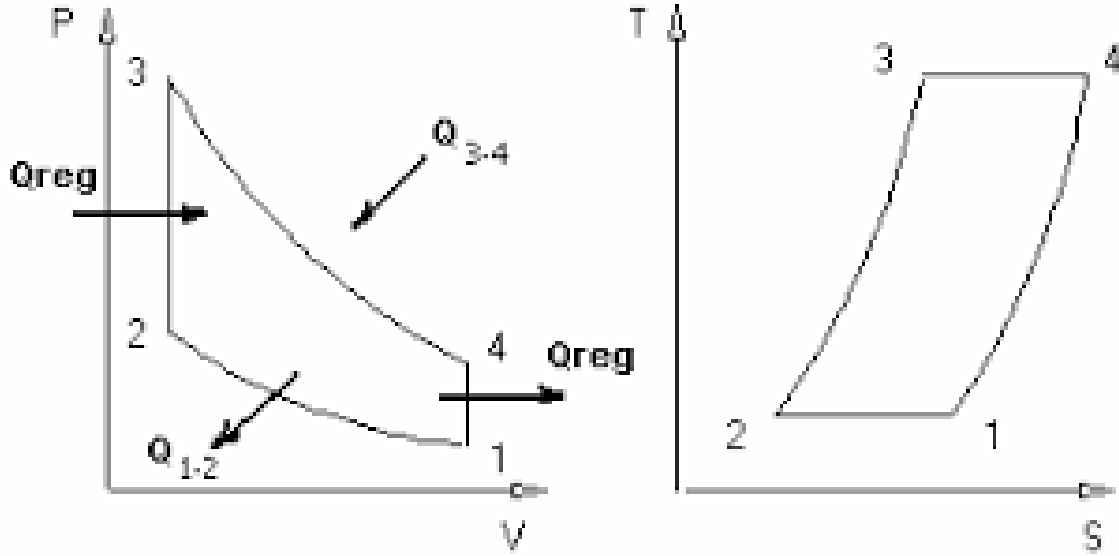
El ciclo Stirling (figura 9), al igual que el ciclo Ericsson, consta de un 'economizador' o 'regenerador', que permite optimizar el gasto de combustible.

Los diagramas que lo describen son:

Proceso 1-2: se produce una compresión isotérmica ( $\Delta U = 0$ ), durante la cual, el sistema cede calor al entorno y se introduce un trabajo al sistema. Según la primera ley de la termodinámica ( $Q = \Delta U + W$ ), queda definido:

$$Q_f = W_{in} = \int_1^2 P dV = n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (46)$$

Proceso 2-3: una vez termina el proceso anterior, el gas continúa expandiéndose a volumen



**Figura 9** – Diagramas P-V y T-S de un ciclo de Stirling [9].

constante, compresión isocora ( $W = 0$ ), por lo tanto la variación de calor es igual a:

$$Q_{reg} = \Delta U = n \cdot C_v \cdot (T_{alta} - T_{baja}) \quad (47)$$

Cómo ( $T_{alta} > T_{baja}$ ), absorbe calor del regenerador.

Proceso 3-4: el gas termina su compresión y comienza su expansión a temperatura constante, expansión isotérmica ( $\Delta U = 0$ ), durante la cual el sistema absorbe calor a la vez que se le extrae trabajo:

$$Q_c = W_{out} = \int_3^4 P dV = n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (48)$$

Proceso 4-1: el gas completa su ciclo a través de una expansión isocórica ( $W = 0$ ), recuperando las condiciones del estado 1:

$$Q_{reg} = \Delta U = n \cdot C_v \cdot (T_{baja} - T_{alta}) \quad (49)$$

Como ( $T_{alta} > T_{baja}$ ), cede calor al regenerador.

Una vez completado el ciclo se observa que el calor que absorbe el sistema del regenerador en el proceso 2-3 es igual al que le cede en el proceso 4-1, por lo tanto no afecta al cálculo del rendimiento del ciclo. También se puede establecer una relación entre los diferentes valores de los volúmenes, siendo  $V_2 = V_3$  y  $V_1 = V_4$ ,  $V_2 = V_1$  y  $V_4 = V_3$ , por lo tanto el trabajo neto:

$$|W| = |W_{out}| - |W_{in}| = n \cdot R \cdot (T_{alta} - T_{baja}) \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (50)$$

Se puede concluir que el rendimiento de un ciclo de Stirling ideal es igual al de una máquina

reversible de Carnot:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_c|} = \frac{|Q_c| - |Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{T_{baja}}{T_{alta}} \quad (51)$$

## 4 Normas y referencias

### 4.1. Bibliografía

- [1] PETRESCU, S. CHARLES HARMAN PETRESCU, V.; *Advance Thermodynamycs of Irreversible Processes with Finite Speed and Finite Dimensions*, Bucarest, Rumania, AGIR Publishing House Calea Victoriei, (2015).
- [2] GONZÁLEZ-BAYÓN, J. J.; *Efecto del espacio muerto e irreversibilidades del regenerador sobre el comportamiento del ciclo Stirling*, La Habana, Cuba, CIER, (2009).
- [3] PETRESCU, S. CHARLES HARMAN COSTEA M.; *The efect of irreversibilities on solar Stirling engine cycle performance*, Bucarest, Rumania, Energy Conversion nd Management, (1999).

### 4.2. Otras referencias (Figuras)

- [1] *Carnot y los comienzos de la termodinámica*, disponible en: <https://www.culturacientifica.com/2017/06/06/carnot-los-comienzos-la-termodinamica-1/> [Consulta: 15 de Octubre de 2018].
- [2] *Carnot y los comienzos de la termodinámica*, disponible en: <http://www.lawebdefisica.com/apuntsfis/termodinamica/> [Consulta: 15 de Octubre de 2018].
- [3] *Wikipedia*, disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo\\_de\\_Rankine](https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo_de_Rankine) [Consulta: 29 de Octubre de 2018].
- [4] *CICLOS DE VAPOR ABIERTO Y RANKINE*, disponible en: [https://www.cec.uchile.cl/~roroman/cap\\_08/cic-vapor.htm](https://www.cec.uchile.cl/~roroman/cap_08/cic-vapor.htm) [Consulta: 29 de Octubre de 2018].
- [5] *Wikipedia*, disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo\\_Ericsson](https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo_Ericsson) [Consulta: 30 de Octubre de 2018].
- [6] *Wikipedia*, disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo\\_Ericsson](https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo_Ericsson) [Consulta: 30 de Octubre de 2018].

- [7] *Wikipedia*, disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo\\_Otto](https://es.wikipedia.org/wiki/Ciclo_Otto) [Consulta: 30 de Octubre de 2018].
- [8] *Ciclo Diesel*, disponible en: [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Ciclo\\_Diesel](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Ciclo_Diesel) [Consulta: 30 de Octubre de 2018].
- [9] *mecanotecnia.blogspot*, disponible en: <http://mecanotecnia.blogspot.com/2011/03/el-motor-stirling.html> [Consulta: 31 de Octubre de 2018].
- [10] *Wikipedia*, disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/Motor\\_Stirling](https://es.wikipedia.org/wiki/Motor_Stirling) [Consulta: 22 Noviembre de 2018].
- [11] *Wikipedia*, disponible en: <https://fisicaexpdemostrativos.uniandes.edu.co/MotorStirling.html> [Consulta: 22 Noviembre de 2018].
- [12] *El motor Stirling*, disponible en: [http://ladysnider15.blogspot.com/2012/05/el-motor-stirling-fue-inventado-por-el\\_18.html](http://ladysnider15.blogspot.com/2012/05/el-motor-stirling-fue-inventado-por-el_18.html) [Consulta: 22 Noviembre de 2018].
- [13] *Primer principio de la termodinámica (GIE)*, disponible en: [http://http://www.http://laplace.us.es/wiki/index.php/Primer\\_principio\\_de\\_la\\_termodin\unhbox\voidb@x\bgroup\let\unhbox\voidb@x\setbox\@tempboxa\hbox{a\global\mathchardef\accent@spacefactor\spacefactor}\accent19a\egroup\spacefactor\accent@spacefactor\futurelet\@let@token\penalty\@M\hskip\z@skipmica\\_\(GIE\)](http://http://www.http://laplace.us.es/wiki/index.php/Primer_principio_de_la_termodin\unhbox\voidb@x\bgroup\let\unhbox\voidb@x\setbox\@tempboxa\hbox{a\global\mathchardef\accent@spacefactor\spacefactor}\accent19a\egroup\spacefactor\accent@spacefactor\futurelet\@let@token\penalty\@M\hskip\z@skipmica_(GIE)) [Consulta: 16 de Octubre de 2018].

## 5 Definiciones y abreviaturas

Todas las definiciones y abreviaturas presentes a lo largo del presente TFG se recogen a continuación:

*A*: Área.

*ACS*: Agua caliente sanitaria.

*bar*: Bares, unidad de presión.

*C*: Velocidad de pistón y regenerador.

$^{\circ}C$ : Grados Celsius, centígrados.

$C_e$ : Calor específico.

$C_p$ : Capacidad calorífica de un gas a presión constante.

$C_v$ : Capacidad calorífica de un gas a volumen constante.

*d*: Diámetro.

$f$ : Constante de fricción del gas interior.

$H$ : Entalpía.

$\frac{J}{s}$ : Julios por segundo.

$K$ : Grados Kelvin.

$k$ : Conductividad térmica.

$Kg$ : Kilogramo.

$kW$ : Kilovatios.

$kWe$ : Kilovatios eléctrico.

$kWh$ : Kilovatios por hora.

$KWt$ : Kilovatios térmico.

$L$ : Carrera del pistón.

$\ln$ : Logaritmo neperiano.

$M$ : Masa molar.

$m$ : Masa.

$m^3$ : Metros cúbicos.

$n$ : Moles de gas.

$n_{rev}$ : Revoluciones del motor.

$P$ : Presión.

$Pa$ : Pascales.

$PCS$ : Poder calorífico superior.

$Q$ : Calor.

$Q_c$ : Calor en el foco caliente.

$Q_f$ : Calor en el foco frío.

$Q_{in}$ : Calor que entra en el sistema.

$Q_{out}$ : Calor que sale del sistema

$Q_{reg}$ : Calor que intercambia el sistema con el regenerador.

$R$ : Constante universal de los gases ideales.

$r_c$ : Relación de compresión.

$S$ : Entropía.

$s$ : Sección.

$T$ : Temperatura.

$TFG$ : Trabajo de Fin de Grado.

$U$ : Energía interna.

$V$ : Volumen.

$v$ : Velocidad.

$W$ : Trabajo.

$W$ : Vatios.

$W_{in}$ : Trabajo que entra en el sistema.

$W_{out}$ : Trabajo que sale del sistema.

$X$ : Fracción de energía que se pierde en el regenerador.

$x$ : Espesor de las paredes del motor.



$\eta$ : Rendimiento.

$\gamma$ : Coeficiente adiabático.

$\rho$ : Densidad.

$\xi$ : Rendimiento del regenerador.

## 6 Requisitos de diseño

Los requisitos para la realización de este TFG han sido los siguientes :

### 1. Cálculos para obtener el rendimiento teórico de un motor Stirling

Se analizarán los diferentes aspectos a tener en cuenta, y se desarrollará un método matemático para el cálculo del rendimiento de un motor Stirling.

### 2. Estudio del rendimiento de un motor Stirling real

Se analizará el funcionamiento en régimen permanente de un motor real sensorizado obteniendo su rendimiento para establecer una comparativa con el desarrollo teórico.

### 3. Aplicaciones posibles

Con las conclusiones de los apartados anteriores, se buscarán aplicaciones reales para un motor Stirling, que ayuden a mejorar en rendimiento de procesos con calor residual. También se asociará a distintas energías renovables, junto a las cuales, se puedan satisfacer las necesidades de energía eléctrica, calefacción y ACS, de una vivienda.

## 7 Análisis de las soluciones

Una vez hallado el rendimiento de un ciclo ideal Stirling, que puede alcanzar el rendimiento máximo de una máquina ideal reversible de Carnot, demostrando así que es, junto al ciclo Ericsson, el que puede alcanzar mayor rendimiento, se puede hablar de las características principales de los motores Stirling.

Se puede definir el motor Stirling como un motor de acción térmica, capaz de generar un trabajo entre dos focos de temperaturas distintas, absorbiendo calor de una fuente energética exterior al motor, y capaz de transformar ese trabajo en otro tipo de energía. Su composición mecánica consta de bielas, pistones, cigüeñal y el fluido de trabajo (en estado gaseoso).

## 7.1. Ventajas principales de un motor Stirling

Los motores Stirling al ser de combustión externa se pueden alimentar con diversas fuentes de energía (solar térmica, geotérmica, nuclear, biomasa y todo tipo de combustibles, ...), lo que lo hace tremendamente versátil en cuanto a sus aplicaciones.

Otra característica positiva es que necesitan poco salto térmico entre los focos para funcionar, por tanto son tremendamente útiles para el aprovechamiento de calores residuales.

El fluido de trabajo de un motor Stirling no cambia de fase y sus presiones se mantienen similares a las de diseño, lo que reduce su riesgo de explosión y le aporta una mayor seguridad.

Su configuración mecánica es sencilla, lo que ha permitido que se desarrollen diferentes tipos durante la historia. Todos los motores Stirling trabajan con el mismo ciclo y condiciones termodinámicas, pero su composición mecánica puede variar considerablemente.

### 7.1.1. Tipos de Motores Stirling

Los principales tipos son Alpha, Beta y Gamma, los demás derivan de éstos.

#### 7.1.1.1. Tipo Alpha

Como se aprecia en la figura 10, este tipo de motor posee dos pistones en cilindros independientes conectados, a través de sendas bielas, al mismo punto del cigüeñal. Para que el sistema pueda realizar el ciclo deben desfasarse 90 grados. Este desfase permite un intercambio de flujo entre el foco frío y el foco caliente, y en ese punto de intercambio se sitúa el regenerador, que almacena y cede calor.

Una de las desventajas es que para que se produzcan las transformaciones adiabáticas se necesita aislar los dos cilindros, lo que repercute en su coste. Como ventaja se puede destacar su sencillez a la hora de realizar su montaje.

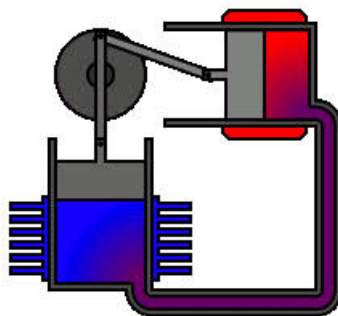


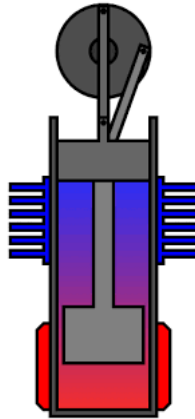
Figura 10 – Motor Stirling tipo Alpha [10].

#### 7.1.1.2. Tipo Beta

Es el prototipo original de Robert Stirling. Aunque contiene dos pistones (figura 11), podemos diferenciarlos según su función en pistón desplazador, que se encarga de intercambiar el aire frío y el caliente, y pistón de potencia concéntrico. Ambos se conectan al cigüeñal con sus

respectivas bielas, desfasadas 90 grados. El regenerador es externo y se usa sólo en motores de mayor potencia, y debe permitir el intercambio de aire entre ambos focos.

Al tener un solo cilindro es el tipo de motor más eficiente pero conlleva una mayor dificultad en su construcción.

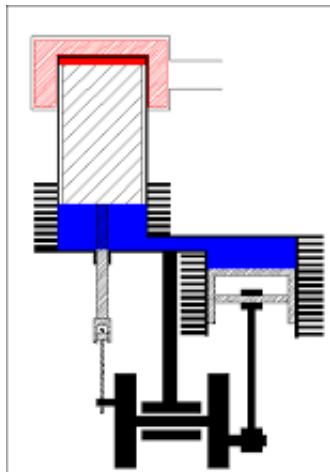


**Figura 11** – Motor Stirling tipo Beta [11].

#### 7.1.1.3. Tipo Gamma

Los motores tipo Gamma (figura 12) derivan de los Beta. Se separan los pistones en cilindros independientes pero mantienen el desfase de 90 grados.

Es más sencillo de construir, pero se reduce su trabajo extraído, debido a que la expansión se completa a menor temperatura, lo que perjudica a su rendimiento.



**Figura 12** – Motor Stirling tipo Gamma [12].

## 7.2. Desventajas principales de un motor Stirling

Uno de mayores problemas que se encuentra en el uso de los motores Stirling es que tienen una respuesta lenta, en el caso del arranque necesitan un período de tiempo para calentar

el gas (varía en función del volumen) y suelen necesitar un motor de arranque (no despreciable, al necesitar mucho tiempo de calentamiento). Otro de los problemas es la dificultad de disipar el calor en el foco frío lo que hace necesario el uso de intercambiadores, provocando un aumento en su tamaño, dificultando su diseño compacto y hace aumentar su coste considerablemente.

Otro problema es el fluido usado dentro del motor, el hidrógeno, por sus condiciones termodinámicas, se plantea como mejor opción, pero presenta problemas de confinamiento además de ser inflamable. Generalmente se usa helio, que posee características similares al hidrógeno pero es inerte.

## 7.3. Modelo Matemático de un motor Stirling

### 7.3.1. Rendimiento teórico de un ciclo Stirling con irreversibilidades

Para calcular el trabajo real que produce un motor Stirling en condiciones reales, hay que tener en cuenta diferentes aspectos que van a afectar al rendimiento final del motor. En este TFG se estudiarán estos aspectos estipulando para cada uno un rendimiento específico así como las ecuaciones que los definen.

Partiendo del rendimiento de un ciclo ideal Stirling, (ecuación 51), y partiendo del salto térmico en el que queremos trabajar, exterior al motor, se puede establecer el trabajo útil máximo que podemos extraer del motor en condiciones ideales.

$$W_{util} = \eta_{cc} \cdot Q_{abs} = \left(1 - \frac{T_f}{T_c}\right) \cdot Q_{abs} \quad (52)$$

Siendo:

$T_f$  = Temperatura del foco frío.

$T_c$  = Temperatura del foco caliente.

En realidad las temperaturas que alcanza el gas en el interior del motor no son las ideales ya que según el proceso que se determine para la transmisión de ese calor al interior del motor se generará es un salto térmico real en el interior del motor.

$$W_{util} = \left(1 - \frac{T_f + \Delta T_f}{T_c - \Delta T_c}\right) \cdot Q_{abs} \quad (53)$$

Siendo:

$\Delta T_f = T_f - T_b$ .

$\Delta T_c = T_c - T_a$ .

Donde  $T_b$  y  $T_a$  serán las temperaturas mínimas y máximas que alcanza el gas en el interior del motor.

Se puede establecer entonces el rendimiento máximo ideal del ciclo que se produce dentro del motor,  $\eta_{cc}$ , queda en función de las temperaturas generadas dentro del motor.

$$\eta_{cc} = 1 - \frac{T_f + \Delta T_f}{T_c - \Delta T_c} = 1 - \frac{T_b}{T_a} \quad (54)$$

Y el trabajo máximo del ciclo:

$$W_{util} = \eta_c \cdot Q_{abs} \quad (55)$$

Siendo el calor absorbido por el motor, considerando un regenerador ideal sin pérdidas:

$$Q_{abs} = (m \cdot R \cdot T_a \cdot \ln(r_c)) \cdot n_{rev} \quad (56)$$

Siendo:

$n_{rev}$  = Revoluciones del motor.

$r_c$  = la relación de compresión  $\frac{V_{max}}{V_{min}}$

$m = n \cdot M$  ( $M$  = masa molar constante en el gas seleccionado)

### 7.3.1.1. Ciclo Stirling con regeneración parcial

Hasta ahora se ha considerado un regenerador ideal sin pérdidas, pero en la realidad se producen irregularidades en el proceso de intercambio de calor en el regenerador, que afectan a la eficiencia total del motor. Como el regenerador actúa en los procesos isocóricos (ecuación 47) definidos en la figura 9, como los procesos 2-3 y 4-1, la relación entre absorción y cesión constituye el rendimiento del mismo:

$$\xi = \frac{Q_{2-3,real}}{|Q_{4-1}|} \leq 1 \quad (57)$$

Por lo tanto la fracción ( $X$ ) de energía que se pierde en el regenerador y que hay que aportar al motor.

$$X = 1 - \xi \quad (58)$$

La ecuación que determina el aporte de calor necesario.

$$Q_{2-3,real} = (1 - \xi) \cdot |Q_{4-1}| \quad (59)$$

Estableciendo el calor absorbido y el trabajo útil extraído en función de la masa de gas contenida en el motor.

$$Q_{abs} = (m \cdot R \cdot T_a \cdot \ln(r_c)) \cdot n_{rev} \quad (60)$$

$$W_{util} = (m \cdot R \cdot (T_a - T_b) \cdot \ln(r_c)) \cdot n_{rev} \quad (61)$$

De igual manera se calcula el aporte de calor debido a las pérdidas en el regenerador.

$$\xi \cdot |Q_{4-1}| = ((1 - \xi) \cdot m \cdot C_v \cdot (T_a - T_b)) \cdot n_{rev} \quad (62)$$

Por lo tanto, el rendimiento derivado de las irregularidades en el regenerador en el ciclo dependerán del calor total absorbido por el gas.

$$Q_{abs,real} = (m \cdot R \cdot T_a \cdot \ln(r_v) + (1 - \xi) \cdot m \cdot C_v \cdot (T_a - T_b)) \cdot n_{rev} \quad (63)$$

$$\eta_{irr,reg} = \frac{W_{util}}{Q_{abs,real}} = \frac{m \cdot R \cdot (T_a - T_b) \cdot \ln(r_v)}{m \cdot R \cdot T_a \cdot \ln(r_v) + (1 - \xi) \cdot m \cdot C_v \cdot (T_a - T_b)} \quad (64)$$

Operando se obtiene la ecuación simplificada del rendimiento del ciclo Stirling con pérdidas en el regenerador:

$$\eta_{irr,reg} = \frac{(1 - \frac{T_b}{T_a})}{1 + \frac{(1-\xi) \cdot C_v}{R \cdot \ln(r_v)} \cdot (1 - \frac{T_b}{T_a})} \quad (65)$$

Siendo  $\eta_c = (1 - \frac{T_b}{T_a})$  se define el rendimiento derivado del regenerador.

$$\eta_{irr,reg} = \eta_{reg} \cdot \eta_{cc} \quad (66)$$

$$\eta_{reg} = \frac{1}{1 + \frac{C_v \cdot (1-\xi)}{R \cdot \ln(r)} \cdot \eta_c} = \frac{1}{1 + \frac{(1-\xi) \cdot Q_{d-1}}{Q_{abs}}} = \frac{1}{\frac{Q_{abs,real}}{Q_{abs}}} = \frac{Q_{abs}}{Q_{abs,real}} \quad (67)$$

Por lo tanto el trabajo útil del motor con pérdidas por ciclo e irregularidades en el regenerador:

$$W_{util} = \eta_c \cdot \eta_{reg} \cdot (m \cdot R \cdot (T_a - T_b) \cdot \ln(r_c)) \cdot n_{rev} \quad (68)$$

### 7.3.1.2. Ciclo Stirling con pérdidas por fricción

Otras irreversibilidades que se producen en el motor son las derivadas de la fricción, que se pueden expresar como una caída de presión que sufre el gas al transitar desde la zona caliente a la zona fría y viceversa. Por lo tanto, estas pérdidas son función de la masa de gas que contenga el motor.

$$m \cdot R = \frac{P_{min} \cdot V_{max}}{T_b} \quad (69)$$

Considerando estas pérdidas como un trabajo mecánico a vencer por el motor, su rendimiento estará relacionado con el trabajo útil que se extrae del motor:

$$W_{friccion} = \int_1^2 \Delta P dV \quad (70)$$

Donde  $\Delta P$  es la caída de presión.

Como se produce el intercambio dos veces por ciclo:

$$W_{friccion} = 2 \cdot n_{rev} \cdot (V_{max} - V_{min}) \cdot \Delta P \quad (71)$$

Al trabajo útil, aplicando los rendimientos calculados anteriormente y sustituyendo la masa en la ecuación 68, se le tendrá que añadir las pérdidas, obteniendo así el trabajo real útil del

motor:

$$W_{util,real} = (\eta_c \cdot \eta_{reg} \cdot \frac{P_{min} \cdot V_{max}}{T_b} \cdot T_a \cdot \ln(r_c) - 2 \cdot (V_{min} - V_{max}) \cdot \Delta P) \cdot n_{rev} \quad (72)$$

Por lo tanto el rendimiento que resulta de las irreversibilidades derivadas de la caída de presión estipulada.

$$\eta_{irr,\Delta P} = \frac{W_{util,real}}{W_{util}} = 1 - \frac{2 \cdot (V_{min} - V_{max}) \cdot \Delta P}{\eta_c \cdot \eta_{reg} \cdot \frac{P_{min} \cdot V_{max}}{T_b} \cdot T_a \cdot \ln(r_c)} \quad (73)$$

Operando:

$$\eta_{irr,\Delta P} = 1 - \frac{2 \cdot (1 - \frac{1}{r_c}) \cdot \frac{\Delta P}{P_{min}}}{\eta_{reg} \cdot \frac{T_a}{T_b} \ln(r_v)} \quad (74)$$

Se puede concluir que las pérdidas por fricción se producen principalmente en el regenerador, despreciando las producidas en el calentador y enfriador. Para realizar una estimación:

$$\Delta P = f \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \rho_r \cdot c_r^2 \right) \quad (75)$$

Siendo:

$f$  = Constante de fricción ( $\frac{15}{\gamma}$ ) según la bibliografía [3].

$\gamma$  = Coeficiente adiabático  $\frac{C_p}{C_v}$ .

$\rho_r$  = Densidad del fluido en el regenerador.

$c_r$  = Velocidad del fluido en el regenerador, que se puede determinar como:

$$C_r = 2 \cdot \pi n_{rev} \cdot L \frac{\rho_p \cdot d_p^2}{\rho_r \cdot d_r^2} \quad (76)$$

Siendo:

El subíndice  $p$  el asociado al pistón y el  $r$  al regenerador

$d$  = Diámetro.

$L$  la longitud de la carrera del pistón.

El trabajo útil en función de las pérdidas.

$$W_{util} = \eta_c \cdot \eta_{reg} \cdot \eta_{irr,\Delta P} \cdot (m \cdot R \cdot (T_a - T_b) \cdot \ln(r_c)) \cdot n_{rev} \quad (77)$$

### 7.3.1.3. Ciclo Stirling con pérdidas por transferencia de calor entre dos focos térmicos determinados.

El motor Stirling tiene unos límites físicos donde se contiene el gas, por lo que la transferencia de calor se hará mediante conducción, la cual estará directamente relacionada con las propiedades del material seleccionado. La absorción se realiza durante el proceso 2-3 de la figura 9, que corresponde a una expansión isotérmica. Por lo tanto, se puede considerar que existe una pérdida en el salto térmico entre los focos externos e internos del motor.

Siendo el calor absorbido y cedido por conducción:

$$Q_{abs,motor} = U \cdot A \cdot (T_c - T_a) = \frac{k}{x} \cdot A \cdot (T_c - T_a) \quad (78)$$

Siendo:

$U$  = Transmitancia térmica.

$k$  = Conductividad térmica.

$x$  = Espesor.

$A$  = Área.

Se puede asumir entonces la reversibilidad del ciclo, como el rechazo al proceso de transferencia. El trabajo máximo que puede otorgar el motor trabajando entre los focos exteriores (suponiendo la temperatura del foco frío aproximadamente igual a la temperatura ambiente) es:

$$W_{max} = n_{rev} \cdot m \cdot R \cdot \sqrt{T_c \cdot T_{amb}} \cdot \ln(r_v) - \eta_s Q_{abs,motor} = Q_{abs} \left(1 - \sqrt{\frac{T_{amb}}{T_a}}\right) \quad (79)$$

Siendo:

$\eta_s$  = El rendimiento total del ciclo Stirling

Debe fijarse el flujo de potencia en función a la diferencia de temperaturas entre el foco caliente y la temperatura ambiente:

$$\frac{\sigma W}{\sigma \Delta T} = 0 \quad (80)$$

Siendo  $T_a = \sqrt{T_c \cdot T_{amb}}$  y sustituyendo en las ecuaciones 78 y 79, el trabajo y el rendimiento:

$$W_{max} = Q_{abs} \left(1 - \sqrt{\frac{T_b}{T_c}}\right) \quad (81)$$

$$\eta_{irr,\Delta T} = \left(1 - \frac{T_b}{T_a}\right) = \left(1 - \sqrt{\frac{T_c}{T_a}}\right) \quad (82)$$

Como esta caída de temperatura influye en las temperaturas de trabajo del regenerador, modifica también su rendimiento.

$$\eta_{irr,reg} = \frac{\left(1 - \frac{T_b}{T_a}\right)}{1 + \frac{(1-\xi) \cdot C_v}{R \cdot \ln(r_v)} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{T_b}{T_c}}\right)} \quad (83)$$

$$\eta_{irr,reg} = \eta_{reg} \cdot \eta_c \quad (84)$$

$$\eta_{reg} = \frac{1}{1 + \frac{(1-\xi) \cdot C_v}{R \cdot \ln(r_v)} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{T_b}{T_c}}\right)} \quad (85)$$



### 7.3.1.4. Conclusiones.

El rendimiento teórico de un ciclo Stirling real con las irreversibilidades propias de un motor, se considerará la del total de las pérdidas.

$$\eta_s = \eta_c \cdot \eta_{irr,\Delta T} \cdot \eta_{reg} \cdot \eta_{irr,\Delta P} \quad (86)$$

$$\eta_s = \left(1 - \frac{T_b}{T_a}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + \sqrt{\frac{T_c}{T_a}}}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{(1-\xi) \cdot C_v}{R \cdot \ln(r_v)}} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{T_b}{T_c}}\right)\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \left(1 - \frac{1}{r_c}\right) \cdot \frac{\Delta P}{P_{min}}}{\eta_{reg} \cdot \frac{T_a}{T_b} \ln(r_v)}\right) \quad (87)$$

El trabajo útil:

$$W_{util} = \eta_c \cdot \eta_{irr,\Delta T} \cdot \eta_{reg} \cdot \eta_{irr,\Delta P} \cdot m \cdot R \cdot (T_c - T_f) \cdot \ln(r_c) \quad (88)$$

Por lo que aunque en teoría el ciclo Stirling ideal puede alcanzar el rendimiento teórico de un ciclo de Carnot, en la práctica, debido a la irregularidades propias de la estructura y componentes que forman el motor, el rendimiento será mucho menor.

En cuanto a las pérdidas, habría que añadir las que se producen por efectos mecánicos y de viscosidad del gas (casi despreciable), las que se deriven en función de juntas y defectos constructivos.

Además, la particularidad de que haya partículas de gas que no completen el ciclo térmico debido a las condiciones para un gas en movimiento, donde se generan diferentes puntos de presión (efecto del espacio muerto), generan unas pérdidas añadidas que varían en función de la velocidad, de manera que a mayor velocidad, menor pérdidas.

### 7.3.2. Rendimiento teórico de un motor Stirling con irreversibilidades

Para esta parte del estudio se plantea la hipótesis de un motor que trabaja teniendo como fuente de calor el agua de As Burgas (Ourense), 64-68 °C, y foco frío el agua del río 10 °C. Con estos datos se va a suponer que se aprovecha todo el calor, es decir, no existe pérdida de temperatura entre el exterior y el interior del motor.

El calor total que se va a suministrar al motor se hace a través de un intercambiador. Conociendo la ecuación de flujo de calor en función de un intercambiador:

$$\frac{Q}{dt} = \frac{m}{dt} \cdot C_e \cdot \Delta T_{ic} \quad (89)$$

Siendo:

$\frac{Q}{dt}$  = Potencia calorífica que cede o extrae el intercambiador.

$\frac{m}{dt}$  = Flujo másico.

$C_e$  = Calor específico del fluido exterior.

$\Delta T_{ic}$  = Salto térmico del intercambiador de foco caliente.

Y dependiendo el flujo másico, de las características del fluido y de la instalación de bombeo:

$$\frac{m}{dt} = \rho \cdot v \cdot s \quad (90)$$

Siendo:

$\rho$  = Densidad del fluido caloportador.

$v$  = Velocidad del fluido.

$s$  = Sección de la tubería de alimentación al intercambiador.

Conociendo la ecuación de transmisión térmica a través de un sólido, y que la conductividad térmica propia del material que lo forma, en función a su espesor, transmitancia ( $U = \frac{k}{x}$ ), podemos conocer la cantidad de calor que entra en el motor en función de la temperatura alta que se quiere generar dentro del motor:

$$Q_{abs,motor} = \frac{Q}{dt} = \frac{k \cdot A_{bc}}{x_c} \cdot A \cdot (T_c - T_a) \quad (91)$$

Siendo:

$k$  = Conductividad térmica del material que compone la base o placa receptora del motor.

$A_{bc}$  = Área de la base o placa receptora del motor.

$x_c$  = Espesor de la placa receptora del motor.

$T_c$  = Temperatura media del intercambiador del foco caliente.

Este flujo de calor se tiene que suministrar a través del intercambiador o fuente de calor motriz, por lo que podemos establecer (suponiendo un intercambiador ideal sin pérdidas):

$$Q_{abs,motor} = \frac{k \cdot A_{bc}}{x_c} \cdot A \cdot (T_c - T_a) = \frac{m}{dt} \cdot C_e \cdot \Delta T_{ic} \quad (92)$$

Se puede crear entonces una relación entre el calor cedido por el intercambiador y el que se conduce al interior del motor que nos proporcione la temperatura de alta que se genera dentro del motor.

$$T_a = T_c - \frac{\frac{m}{dt} \cdot C_e \cdot \Delta T_{ic}}{\frac{k \cdot A_{bc}}{x_c}} \quad (93)$$

En el caso de disipar el calor en la cara fría del motor podemos realizar un procedimiento similar. Para que se complete el ciclo, el calor que se debe disipar se cede durante una compresión isotérmica:

$$Q_{ced,gas} = m \cdot R \cdot T_b \cdot \ln(r) \quad (94)$$

Y que se disipa a través de la cara fría quedando con un flujo:

$$Q_{ced,motor} = \frac{Q}{dt} = \frac{k \cdot A_{bf}}{x_f} \cdot A \cdot (T_b - T_f) \quad (95)$$

Siendo:

$k$  = Conductividad térmica en función del material escogido.

$A_{bf}$  = Área de la base o placa que cede calor del motor.

$x_f$  = Espesor de la placa que cede calor del motor.

$T_f$  = Temperatura media del intercambiador de foco frío.

El calor se tiene que disipar a través de otro intercambiador:

$$\frac{k \cdot A_{bf}}{x_f} \cdot A \cdot (T_b - T_f) = \frac{m}{dt} \cdot C_e \cdot \Delta T_{if} \quad (96)$$

Siendo:

$T_{if}$  = salto térmico del intercambiador del foco frío.

De igual manera se puede establecer una relación entre la temperatura baja que se genera dentro del motor:

$$T_b = T_f + \frac{\frac{m}{dt} \cdot C_e \cdot \Delta T_{if}}{\frac{k \cdot A_{bf}}{x_f}} \quad (97)$$

Para el foco caliente, según datos recogidos, en As Burgas (Ourense) tenemos un caudal de agua ( $C_e = 4180 \frac{J}{Kg \cdot K}$ ) de  $300 \frac{l}{min} = 5 \frac{kg}{s}$ . El salto térmico dentro de los intercambiadores,  $\Delta T_i$ , se supone de  $10^\circ$ .

$$\frac{Q}{dt} = 5 \cdot 4180 \cdot 10 = 209000 \frac{J}{s} \quad (98)$$

El rendimiento máximo del ciclo que realiza el gas:

$$\eta_{cc} = 1 - \frac{273,15 + 10}{273,15 + 68} = 0,17 = 17,00\% \quad (99)$$

Y el trabajo máximo:

$$\frac{W_{util}}{dt} = 0,17 \cdot 209000 = 35530 \frac{J}{s} \quad (100)$$

En realidad durante el trabajo de cesión y absorción de calor el fluido no opera siempre a temperatura máxima. Siendo ahora la temperatura de foco caliente la media del intercambiador ( $T_c = \frac{68 + (68 - 10)}{2} = 63^\circ C$ ) y de igual manera varía la temperatura de foco frío ( $T_f = \frac{10 + (10 + 10)}{2} = 15^\circ C$ )), por lo que el rendimiento máximo se modifica.

$$\eta_{cc} = 1 - \frac{273,15 + 10 + 5}{273,15 + 68 - 5} = 0,142793 = 14,28\% \quad (101)$$

Y el trabajo máximo:

$$\frac{W_{util}}{dt} = 0,142793 \cdot 209000 = 29843,74 \frac{J}{s} \quad (102)$$

A continuación se realiza una comparativa para ver como varía el rendimiento del motor en función al área de admisión y cesión de calor. Para ello, se configura la tabla 1, con las ecuaciones 93 y 97 se calculan temperaturas interiores, suponiendo el mismo salto térmico en ambos focos. Para el rendimiento se aplica la ecuación del rendimiento de Carnot. Por último,

considerando un comportamiento ideal del motor, sin pérdidas ( $Q_{abs,motor} = Q_{abs,gas}$ ), se puede calcular la potencia máxima entregada por el motor según las condiciones propuestas ( $W_{max} = \eta_{cc} \cdot Q_{abs,gas}$ ).

Para la composición del motor, en las partes encargadas de absorber y ceder calor, se escoge el cobre debido a su conductividad térmica,  $k$ , que oscila entre 372,1-385,2 ( $\frac{W}{m \cdot K} = \frac{J}{s \cdot m \cdot ^\circ C}$ ), con un espesor,  $x_b$ , de 2 cm, por lo que su transmitancia  $U = \frac{385}{0,02} = 19250 \frac{J}{s \cdot ^\circ C}$ .

Variables	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Área ( $m^2$ )	0,25	0,5	0,75	1
Temperatura foco frío ( $^\circ C$ )	19,3429	17,1714	16,4476	16,0857
Temperatura foco caliente ( $^\circ C$ )	58,6571	60,8286	61,5524	61,9143
Rendimiento (%)	11,85	13,07	13,48	13,68
Trabajo máximo ( $\frac{J}{s}$ )	24766,5	27316,3	28173,2	28591,2

**Tabla 1** – Tabla de valores en función de Área.

A partir de ahora se seleccionan los datos correspondientes al  $r = 1$  m para los cálculos posteriores.

El siguiente supuesto que hay que acometer es la selección del gas interior, normalmente el más común suele ser el nitrógeno, en este estudio se comparará con el helio e hidrógeno, independientemente de su uso práctico, ya que en el caso del hidrógeno su riesgo de explosión lo descarta completamente. Los datos propios de cada gas se reflejan en la tabla 2.

Gas	Masa molecular	R ( $\frac{KJ}{KgK}$ )	$C_v$ ( $\frac{KJ}{KgK}$ )	$C_p$ ( $\frac{KJ}{KgK}$ )	$\gamma$ ( $\frac{C_p}{C_v}$ )	$\rho$ ( $\frac{Kg}{m^3}$ )
Hidrógeno ( $H_2$ )	2,016	4,12418	10,0849	14,2197	1,41	0,0838
Helio ( $He$ )	4,003	2,07703	3,1156	5,2031	1,67	0,1785
Nitrógeno ( $N_2$ )	28,013	0,29680	0,7448	1,0427	1,40	1,2506

**Tabla 2** – Tabla de valores de los gases.

Como se ha planteando en el desarrollo teórico, el calor absorbido por el gas durante la expansión isotérmica (ecuación 56) depende directamente de la masa de gas que contenga un volumen finito, con la relación de a mayor densidad, mayor es el trabajo que puede producir el motor. Por otro lado las pérdidas por el rendimiento del regenerador (ecuación 62) dependen del valor de calor específico a volumen constante, en ambos a casos el nitrógeno resulta ser el que mejores condiciones tiene.

El llenado de gas del motor se hará a presión mínima ( $28bar = 28 \cdot 10^5 Pa$ ) y a volumen máximo, en la figura 9 equivale al estado 1, por lo que la temperatura será  $T_{min}(K) = 273,15 + T_{min}(^\circ C)$ .

Llegado a este punto se puede calcular el rendimiento total del ciclo, como en el proceso de selección del área ya se ha calculado el gas interior considerando las pérdidas por transmisión de calor y con un intercambiador ideal,  $\eta_{irr,\Delta T}$ , se aplicará la ecuación 77.

$$\eta_s = \left(1 - \frac{T_b}{T_a}\right) \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{(1-\xi) \cdot C_v}{R \cdot \ln(r_v)} \cdot (\eta_{cc})}\right) \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot \left(1 - \frac{1}{r_c}\right) \cdot \frac{\Delta P}{P_{min}}}{\eta_{reg} \cdot \frac{T_a}{T_b} \ln(r_v)}\right) \quad (103)$$

Suponiendo un rendimiento del regenerador del 90 %, una relación de volúmenes del 10 % y una pérdida de presión en regenerador del 10 %.

$$\eta_{reg} = \frac{1}{1 + \frac{(1-\xi) \cdot C_v}{R \cdot \ln(r_v)} \cdot (\eta_{cc})} = \frac{1}{1 + 2,623 \cdot (\eta_{cc})} \quad (104)$$

$$\eta_{irr, \Delta P} = 1 - \frac{2 \cdot \left(1 - \frac{1}{r_c}\right) \cdot \frac{\Delta P}{P_{min}}}{\eta_{reg} \cdot \frac{T_a}{T_b} \ln(r_v)} = 1 - \frac{0,1908}{\eta_{reg} \cdot \frac{T_a}{T_b}} \quad (105)$$

Se puede completar entonces la tabla en función del área (tabla 3).

Variables	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
Área (m <sup>2</sup> )	0,25	0,5	0,75	1
Temperatura foco frío (°C)	19,3429	17,1714	16,4476	16,0857
Temperatura foco caliente (°C)	58,6571	60,8286	61,5524	61,9143
$\eta_{cc}$ (%)	11,85	13,07	13,48	13,68
$\eta_{reg}$ (%)	76,29	74,50	73,88	73,59
$\eta_{irr, \Delta P}$ (%)	77,95	77,37	77,65	77,62
$\eta_s$ (%)	7,05	7,53	7,63	7,81
Trabajo máximo ( $\frac{J}{s}$ )	14734,5	15737,7	15946,7	16322,9

**Tabla 3** – Tabla de valores en función de Área.

## 7.4. Conclusiones

El rendimiento del motor se ve claramente afectado por la poca diferencia térmica entre los focos.

Como se puede observar en la tabla 3, la potencia útil del motor aumenta respecto al tamaño, aunque este aumento se va atenuando. Respecto al regenerador, a mayor tamaño mayor pérdidas produce respecto a su eficiencia. Por el contrario, las pérdidas por presión permanecen relativamente constantes.

El motor desarrollado con las condiciones establecidas podría aportar una energía máxima de 53,044-58,708 kWh. Si consideramos el aspecto económico, al no necesitar combustibles, su rendimiento sólo dependería del coste de montaje e ingeniería. Por otro lado su mantenimiento al ser un motor que no genera desgastes por rozamiento en el interior del motor, no necesita aceites, lo hace más barato y sencillo.

Desde el punto de vista medioambiental el motor no genera emisiones al no haber combustión, así que el impacto dependería de características similares a las de una central hidroeléctrica, como situación y almacenamiento de agua (tanques con aislamiento térmico). Otro aspecto sería la temperatura del agua que se vierte de nuevo al río ya que puede afectar a la

fauna y flora del ecosistema.

## 8 Resultados finales

El marco de políticas energéticas actual en Europa, con normativas cada vez más restrictivas respecto a las emisiones de gases de efecto invernadero y eficiencia energética, junto con la creciente preocupación social por preservar el medio ambiente para futuras generaciones, hace necesaria la búsqueda e investigación de nuevas fuentes energéticas que sustituyan el uso de combustibles fósiles. La capacidad versátil de alimentación de motores que trabajan con un ciclo Stirling y el escaso salto térmico necesario para que trabajen, los propone como una solución flexible y con una gran adaptación a diferentes entornos, donde el uso de otros sistemas de generación queda completamente descartado.

Si se analiza de forma comparativa la evolución de los motores Stirling respecto a otros motores térmicos, se observa que su desarrollo y aplicación es muy inferior, pero esta tendencia se ha modificado significativamente en los últimos años, lo que plantea un futuro más alentador para esta tecnología. Actualmente se encuentran varias líneas de investigación abiertas, orientadas a las necesidades del consumidor, que han empezado a generar una oferta en el mercado capaz de cubrir un gran porcentaje de necesidades energéticas.

### 8.1. Rendimientos reales y teóricos

Durante el desarrollo teórico, se han tenido en cuenta los diferentes aspectos que perjudican significativamente el rendimiento del motor. A la hora de valorar la instalación, desde un punto de vista más real, para un motor Stirling como el planteado (para aprovechar calor residual de As Burgas), se tiene que comparar la veracidad de los cálculos desarrollados. Para ello, se ha realizado un estudio sobre un motor real con la finalidad de acometer esta comparativa. El trabajo sobre el motor real se encuentra en el anexo: Datos y cálculos de un motor donde se obtiene un rendimiento medio real de cerca del 9 %, mientras que en los cálculos teóricos se obtuvieron valores entre el 7 y el 8 %.

Durante este estudio se han analizado los diferentes aspectos que afectan al rendimiento de un motor Stirling. En el desarrollo teórico se observa como el salto térmico y el tamaño influyen no sólo en los rendimientos propios, si no que también lo hace en el de los componentes que forman el motor. Un salto térmico bajo, va a provocar que el tamaño del motor necesario sea mayor.

Como se representa en la ecuación 67, el rendimiento del regenerador mejora cuanto peor es el rendimiento teórico (cuanto menor es el salto térmico), por el contrario se observa en la tabla 3, que el rendimiento del regenerador empeora según aumenta el tamaño del motor.

Además como la mayoría de pérdidas por caída de presión se producen en el regenerador, la eficiencia de éste también influye en dichas pérdidas.

En el desarrollo teórico no se han tenido en cuenta las pérdidas por espacios muertos, lo cual disminuiría el rendimiento final. Por otro lado, el motor real está funcionando sin regenerador.

## **8.2. Propuestas de Aplicaciones**

Una vez obtenido el rendimiento real que puede ofrecer un motor Stirling comercial y desarrollado es interesante conocer las posibles aplicaciones que se podrían desarrollar.

### **8.2.1. Recuperación de Energía**

Un uso muy práctico para los motores Stirling es el aprovechamiento de calor residual, que como el propio nombre dice es una energía que se desperdicia, por lo que el mero hecho de poder aprovecharla para la producción, mejora el rendimiento neto de todo el proceso.

La mejor característica que influye en esta aplicación es que el motor Stirling necesita un diferencial de temperatura muy bajo por lo que lo convierte en una alternativa donde otros motores no tienen opción.

Esta aplicación, como se ha visto en el desarrollo de este Trabajo Fin de Grado, puede aplicarse a lugares donde existe una fuente de calor natural, como en las termas de Ourense, para generar electricidad sin producir ningún tipo de residuo ya que no existen procesos químicos.

Otro uso podría situar a los motores Stirling en centrales que trabajen con ciclos térmicos. La mayoría necesitan un proceso de enfriamiento o refrigeración, durante este proceso el fluido motriz necesita ceder un calor que puede aprovecharse para generar electricidad a través de un motor Stirling, mejorando la eficiencia de la central.

Una propuesta que podría resultar especialmente útil, es que estos motores deberían de permitir poner puntos de recarga para coches eléctricos "verdes", donde la energía para recargar los coches vendría de fuentes renovables sin ningún tipo de contaminación o del aprovechamiento de calor residual que tampoco generaría emisiones adicionales.

### **8.2.2. Bombas de calor**

Un motor Stirling, siguiendo un proceso inverso al que se comentó anteriormente, a través de un trabajo que se introduce en el sistema puede producir un foco térmico frío y otro caliente, de la misma manera, a través de sendos intercambiadores se puede utilizar como refrigerador o calentador según las necesidades. En el caso de funcionar como máquina refrigerante el ciclo se invertiría al igual que los focos térmicos ya que la compresión se haría a una temperatura más alta que la expansión.

En un uso doméstico donde no se necesita un gran salto de temperatura uno de los focos podría funcionar a temperatura ambiente, e invirtiendo el giro de motor podría dar o ceder calor

en el mismo foco, simplificando así su construcción.

Esta aplicación se ha experimentado combinándola con energía eólica para calefacción doméstica y aire acondicionado, pero la fuente de energía podría ser cualquiera, por lo que adquiere una mayor importancia en los lugares de difícil acceso.

Las temperaturas que puede alcanzar un motor Stirling, funcionando como refrigerador, son tan bajas que se pueden emplear en sistemas criogénicos.

### **8.2.3. Microcogeneración**

Esta aplicación es especialmente interesante ya que se encuentra más desarrollada. La cogeneración consiste en la obtención de energía en distintas formas (calor, electricidad, trabajo, ..) desde una misma fuente energética. El ejemplo más obvio resulta el uso de una fuente de calor para producir energía térmica, para ACS o calefacción, y eléctrica simultáneamente.

En la actualidad existen varios motores en el ámbito comercial con esta finalidad. Se pueden destacar como ejemplos el motor de la marca WhisperGEN, asociada a Mondragon CC, capaz de producir 1 kWe y 12 kWt. El modelo MEC (Microgen) desarrollado por BG Groups más enfocado a la producción térmica (24kWt) que acabó derivando en el motor comercial Infinia (STC) capaz de suministrar 40 kWt. Por último el modelo Disenco (Inspirit) con una eficiencia promedio del 90 % puede suministrar un máximo de 3kWe y 15 kWt.

### **8.2.4. Energías renovables**

Las características propias de los motores Stirling hacen que su utilización en conjunto con energías renovables resulte especialmente atractivo. El avance en el desarrollo de las tecnologías de obtención de energía de fuentes renovables ha creado un nuevo marco donde el motor Stirling ha comenzado a generar un interés creciente para diferentes empresas dedicadas a la generación eléctrica.

Una de las primeras aplicaciones de este tipo de motores y que se encuentra más desarrollada, es la captación de energía térmica solar concentrada, para generar el foco de calor, y recibe el nombre de disco-Stirling. Se compone de pequeños discos parabólicos independientes que consiguen concentrar la luz solar hasta 4.000 veces y así se obtiene el calor suficiente para que un motor situado en el centro pueda funcionar.

Otra forma de utilizar la energía solar podría ser a través de paneles solares térmicos conectados a través de un intercambiador de calor al motor Stirling, ya que el fluido caloportador puede alcanzar temperaturas altas (200 °C).

Si nos situamos en un ámbito de generación doméstico, tecnologías como la geotermia y el uso de biomasa podría ser de gran interés, debido a sus aplicaciones de microcogeneración.

## **8.3. Conclusiones**

Por lo visto en este estudio, la tecnología de los motores Stirling se encuentra muy poco desarrollada, a pesar de la cantidad de posibilidades que plantea. Aunque los rendimientos de



trabajo de los motores, tanto el teórico como el real, apenas llegan al 8-10 %, la capacidad de generar energía en condiciones únicas otorga a esta tecnología un potencial tremendo.

Si en el futuro se efuese capaz de minimizar las pérdidas en los componentes necesarios para su construcción a través del uso de nuevos materiales, como los aerogeles con una gran capacidad como aislantes térmicos (90 %), y con regeneradores más eficientes, el uso de esta tecnología podría ser parte de la solución en temas tan candentes como el cambio climático y la crisis energética por combustibles fósiles.

Si se hace un pequeño repaso a todos esos espacios donde se desprende una gran cantidad de energía térmica residual, (refrigeración de centrales, termas, procesos de frío industrial, ...), aún con la baja eficiencia actual, puede suponer un gran beneficio particular a las empresas o entidades propietarias, recuperando esa energía para la generación eléctrica, además del beneficio colectivo por aprovechamiento de energía (menor coste), y la reducción de emisiones nocivas.

## **9 Orden de prioridad entre los documentos**

**1.- Memoria.**

**2.- Anexos.**

**3.- Presupuesto.**



**TÍTULO: ESTUDIO DEL RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE  
COMBUSTIÓN EXTERNA - MOTOR STIRLING**

---

# **ANEXOS**

**PETICIONARIO: ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA**

**AVDA. 19 DE FEBREIRO, S/N**

**15405 - FERROL**

**FECHA: DICIEMBRE DE 2018**

**AUTOR: EL ALUMNO**

**Fdo.: JAVIER GARCÍA CARBALLÉS**



## Índice del documento ANEXOS

<b>10 Asignación del Trabajo de Fin de Grado</b>	<b>51</b>
<b>11 Conceptos Termodinámicos y Rendimiento de un ciclo Carnot</b>	<b>54</b>
11.1 Conceptos Termodinámicos . . . . .	54
11.1.1 Procesos isotérmicos . . . . .	58
11.1.2 Procesos isobáricos . . . . .	59
11.1.3 Procesos Isocoros . . . . .	60
11.1.4 Procesos Adiabáticos . . . . .	61
11.2 Rendimiento de un ciclo Carnot . . . . .	61
11.2.1 Conclusiones . . . . .	70
<b>12 Datos y cálculos de un motor Stirling sensorizado</b>	<b>71</b>
12.1 Motor y sensorización . . . . .	71
12.2 Datos . . . . .	72
12.3 Cálculos . . . . .	73
12.4 Conclusiones. . . . .	76
<b>IV PLIEGO DE CONDICIONES</b>	<b>79</b>
Índice del documento Pliego de condiciones . . . . .	81



## **10 Asignación del Trabajo de Fin de Grado**



# ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA

## ASIGNACIÓN DE TRABAJO FIN DE GRADO

**En virtud de la solicitud efectuada por:**

*En virtud da solicitude efectuada por:*

**APELLIDOS, NOMBRE:** *García Carballés, Javier*

*APELIDOS E NOME:*

**DNI:** XXXXXXXXXX **Fecha de Solicitud:** OCT2018

*DNI:* XXXXXXXXXX *Fecha de Solicitude:*

**Alumno de esta escuela en la titulación de Grado en Ingeniería Eléctrica, se le comunica que la Comisión de Proyectos ha decidido asignarle el siguiente Trabajo Fin de Grado:**

*O alumno de esta escola na titulación de Grado en Enxeñería Eléctrica, comunícaselle que a Comisión de Proxectos ha decidido asignarlle o seguinte Traballo Fin de Grado:*

**Título T.F.G:** Estudio del rendimiento de un motor de combustión externa - Ciclo Stirling

**Número TFG:** 770G02A182

**TUTOR:** (Titor) *Casteleiro Roca, José Luis*

**COTUTOR/CODIRECTOR:** *Esteban Jove Pérez*

**La descripción y objetivos del Trabajo son los que figuran en el reverso de este documento:**

*A descrición e obxectivos do proxecto son os que figuran no reverso deste documento.*

*Ferrol a Domingo, 25 de Noviembre del 2018*

Retirei o meu Traballo Fin de Grado o día \_\_\_\_ de \_\_\_\_ do ano \_\_\_\_

*Fdo: García Carballés, Javier*



**DESCRIPCIÓN Y OBJETIVO:OBJETO:**

Este Trabajo Final de Grado abordará el estudio del rendimiento de un motor de combustión externa que funciona bajo el ciclo Stirling. Se partirá de una maqueta funcionar de motor Stirling, y se modificará incluyendo en la maqueta los elementos necesarios para realizar la sensorización del mismo. Además, en el motor se incluirá un generador de corriente continua, junto con un circuito conectado al mismo donde se consumirá la energía generada. El estudio de la eficiencia del motor se centrará en la energía aportada con respecto a la que se puede obtener del mismo; se incluirán, además, posibles aplicaciones de este tipo de motores.

**ALCANCE:**

- Estudio de los diferentes ciclos termodinámicos de los motores.
- Diseño de un sistema de sensorizado para el motor, que incluirá tanto la parte de instrumentación (sensores) como un sistema de adquisición de datos para registrar el funcionamiento del mismo.
- Diseño de un sistema de generación para el motor, donde se pueda medir la energía eléctrica obtenida.
- Estudio de la eficiencia del motor teniendo en cuenta la energía térmica consumida por el motor y la eléctrica que sea capaz de generar.
- Estudio de la posibilidad de combinar un motor Stirling con energías renovables.
- Diseño de posibles aplicaciones de un motor Stirling tanto para uso doméstico como la uso industrial.

# 11 Conceptos Termodinámicos y Rendimiento de un ciclo Carnot

En este anexo se tratará de explicar los conceptos básicos relacionados con la termodinámica que se emplearán durante el estudio. Además se demostrará el rendimiento del ciclo de Carnot, desde el cual se pueden obtener los distintos rendimientos de los demás ciclos.

## 11.1. Conceptos Termodinámicos

La termodinámica es la rama de la física encargada de estudiar la interacción del calor con otras energía. Las principales leyes que la definen son:

1. **Ley cero de la termodinámica:** Esta ley establece que dos cuerpos en contacto con diferentes temperaturas, intercambian calor hasta que la temperatura se equilibre y sea igual en ambos cuerpos.
2. **Primera ley de la termodinámica:** Establece el concepto de conservación de la energía ( $\Delta E_{\text{sistema}} = E_{\text{entra}} - E_{\text{sale}}$ ). Propuesta por Sadi Carnot, define el calor como la energía que debe intercambiar un sistema para compensar las variaciones de trabajo y energía interna que sufre:

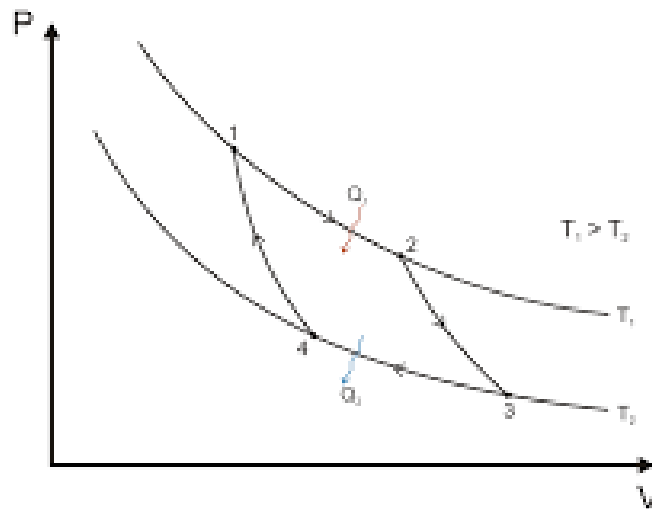
$$Q = W + \Delta U \quad (106)$$

3. **Segunda ley de la termodinámica:** Marca la dirección de los distintos procesos termodinámicos, así como su irreversibilidad. Para su estudio Rudolf Clausius desarrolló una magnitud física, la entropía, ( $S$ ).

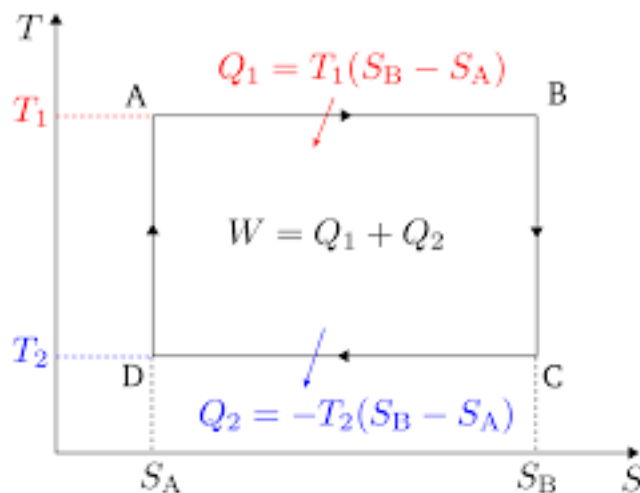
Durantes los distintos ciclos termodinámicos se darán condiciones distintas a medida que los procesos interactúen con el entorno, para estudiar estas variaciones, se introduce el concepto de sistema. Un sistema termodinámico es una parte del universo que se limita y aísla, y es objeto de un estudio teórico. Desde un punto de vista orientado a este Trabajo Fin de Grado, según la forma de interactuar con el entorno, clasificaremos los tipos de sistema cómo:

1. **Sistema aislado:** No puede intercambiar energía ni materia (adiabático).
2. **Sistema cerrado:** Puede intercambiar energía y no materia.
3. **Sistema abierto:** Puede intercambiar energía y materia.

Para una mayor claridad, este TFG contemplará las variaciones que se producirán en las funciones o variables de estado, tales como, presión, temperatura, masa, volumen y densidad, en los distintos procesos termodinámicos, a través de los diagramas de tipo P-V y T-S.



**Figura 13** – Ciclo de Carnot, diagrama P-V.



**Figura 14** – Ciclo de Carnot, diagrama T-S.

En cuanto a las magnitudes físicas, lo primero que se debe aclarar, es que todas las que se definirán a continuación, se harán orientadas al marco físico de la termodinámica, así como el uso que se le dará durante los desarrollos expuestos. Al ser todas ellas representaciones distintas de energía y para que puedan operar conjuntamente en la distintas ecuaciones se le asignará una unidad común a todas, los Julios ( $J$ ), a excepción de la entropía ( $\frac{J}{K}$ ).

$W$  = Trabajo. Se puede describir como la energía mecánica que se extrae o introduce en el sistema. Se define matemáticamente como una integral, y gráficamente, como el área comprendida entre la línea que define un proceso de transformación entre dos estados consecutivos (supongamos una transformación del estado A al estado B) y la recta origen de las

abcisas. Para diagramas P-V:

$$W = \int_a^b P dV \quad (107)$$

Para diagramas T-S:

$$W = \int_a^b T dS \quad (108)$$

$U$  = Energía interna del sistema. Se define como la suma de energías cinética y potencial que engloba un sistema en un estado determinado. En el caso de esta magnitud, adquiere mayor relevancia la variación de la misma durante los distintos procesos, debiendo ser la suma de todas éstas variaciones. Al final del ciclo su valor será igual a 0:

$$\Delta U_{ciclo} = 0$$

En el caso de gases ideales la ecuación que define su variación entre un estado inicial  $A$ , y un estado final  $B$ , es la ley de Joule:

$$\Delta U_{ab} = n \cdot C_v \cdot (T_b - T_a) \quad (109)$$

Siendo:

$n$  = número de moles de gas.

$C_v$  = la capacidad calorífica molar a volumen constante.

Estas dos propiedades son constantes en un gas ideal, por lo que la variación de energía interna será directamente proporcional al salto térmico entre dos estados a distinta temperatura.

En el caso de otros fluidos, por ejemplo en ciclos de vapor y agua, la energía interna se asociará con variables de estado, y se englobará dentro de otra magnitud física llamada entalpía.

$H$  = Entalpía. Se define como la variación de calor en procesos isobáricos. En termodinámica se considera una función de estado, por lo que, aparte de la energía interna, dependerá de la presión y volumen del estado en que se encuentre el fluido bajo estudio. Se puede definir con las ecuaciones:

$$H = U_a + P_a \cdot V_a \quad (110)$$

$$\Delta H = T \cdot \Delta S \quad (111)$$

$$\Delta H_{ab} = n \cdot C_p \cdot (T_a - T_b) \quad (112)$$

$Q$  = El calor absorbido o cedido durante un proceso. Durante los distintos procesos, esta propiedad, incluido su signo (positivo absorbe, negativo cede) vendrá dada por la ecuación definida en la Primera ley de la Termodinámica (ecuación 28), por lo tanto su valor estará en función del trabajo y la energía interna.

$S$  = Entropía. Para poder estudiar la reversibilidad propuesta por Sadi Carnot, Clausius desarrolló esta magnitud, que en términos relacionados con la termodinámica se define como la cantidad de energía despreciable, o que no se considera útil, para que se desarrolle un proceso termodinámico. Matemáticamente Rudolf Clausius la definió como:

$$\Delta S_{ab} = S_b - S_a = \int_a^b \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_{ab}}{T} \quad (113)$$

Para estudiar la reversibilidad de los procesos se debe considerar, ya que la variación entrópica del universo no varía, no sólo la variación en el sistema objeto de estudio, si no que ésta debe ser igual y con sentido contrario a la del entorno que lo rodea, deduciendo, de manera teórica (ya que en la realidad siempre se producen pérdidas):

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{entorno} = 0 \quad (114)$$

Una vez establecidos estos conceptos previos se procede al estudio de las distintas variables en cada estado del ciclo, así como la variación de las mismas durante los procesos. Para ello, este estudio se apoyará en la ecuación de los gases ideales, en el caso de los procesos isotérmicos, isocoros e isobáricos, donde se definen todas ellas.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (115)$$

Donde:

P= Presión

V= Volumen

n= Moles de gas

R= Constante Universal de gases

T= Temperatura

Para los procesos adiabáticos la ecuación que define el proceso para estas variables será la de Poisson, enfocada a los gases ideales, que concluye que en un proceso de estas características:

$$P \cdot V^\gamma = constante \quad (116)$$

Y:

$$T \cdot V^{\gamma-1} = consante \quad (117)$$

Siendo el índice adiabático, según la ley de Mayer,  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ , la relación entre las capacidades caloríficas a presión ( $C_p$ ) y volumen ( $C_v$ ) constantes, las cuales son valores en función del números de átomos del gas. Éstas también definen la constante Universal de gases como  $R = C_p - C_v$ . En la tabla 4, se pone un ejemplo de los valores de  $C_v$  y  $C_p$  para gases ideales monoatómicos y diatómicos.

Trabajando en un sistema cerrado, al no producirse intercambio de materia en el sistema durante el ciclo ( $n$  constante), y al ser  $R$  una constante que depende de la composición del

Gas	$C_v$	$C_p$
Monoatómico	$\frac{3}{2} \cdot R$	$\frac{5}{2} \cdot R$
Diatómico	$\frac{5}{2} \cdot R$	$\frac{7}{2} \cdot R$

**Tabla 4** – Tabla de valores de  $C_v$  y  $C_p$ .

fluido, las variables de estado que cambian de valor son  $T$ ,  $P$  y  $V$ , y serán las que se vean afectadas en los distintos procesos, pudiendo clasificar éstos en función de esas variaciones en: isotérmicos ( $T = cte$ ), isobáricos ( $P = cte$ ), isocoros ( $V = cte$ ).

### 11.1.1. Procesos isotérmicos

Se considera un proceso termodinámico isotérmico todo aquel en el que se produce un intercambio de calor a temperatura constante. Suponiendo un sistema cerrado se puede establecer una relación sobre la variación de presión y volumen de un gas ideal, para los estados iniciales (1) y finales (2) del proceso, a través de la ecuación 7 para los gases ideales:

$$P_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \quad (118)$$

$$P_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \quad (119)$$

Siendo ( $T_1 = T_2$ ):

$$n \cdot R \cdot T_1 = n \cdot R \cdot T_2 = cte \quad (120)$$

Entonces:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \quad (121)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \quad (122)$$

Estos procesos son típicos de los cambios de fase, donde toda la energía en forma calor, absorbido o cedido por el sistema, se emplea para el cambio de estado del fluido (sólido, líquido o gaseoso), durante el cual, la temperatura permanece constante. A la cantidad de energía necesaria para que se produzca el cambio de fase, en relación a la masa del fluido, se le denomina calor latente ( $\frac{J}{kg}$ ). Por ejemplo en el caso de vaporización del agua:  $2257 \frac{J}{kg}$  a  $97^\circ C$  y 1 atm. La temperatura a la que se producen estos cambios de fase son distintas para cada fluido, y varía con relación a la presión, a menor presión, menor es el valor de la temperatura de cambio de fase.

Dentro de los procesos isotérmicos en función de los valores de las variables de estado se pueden establecer diferentes relaciones y conceptos.

Siendo  $T_1 = T_2$ , por lo que  $T_1 - T_2 = 0$ , dando lugar a:

$$\Delta U_{1-2} = n \cdot C_v \cdot (T_2 - T_1) = 0 \quad (123)$$

Por lo tanto la durante un proceso isotérmico la energía interna permanece constante. Por otro

lado, trabajando sobre un diagrama P-V:

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV \quad (124)$$

Y:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (125)$$

Despejamos la presión:

$$P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \quad (126)$$

Y sustituimos en la ecuación del trabajo:

$$W_{1-2} = \int_1^2 \frac{n \cdot R \cdot T}{V} dV \quad (127)$$

Obteniendo como resultado el trabajo y la cantidad de calor calor absorbido o cedido por el sistema durante este proceso:

$$W_{1-2} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (128)$$

Siendo:

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + \Delta U_{1-2} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (129)$$

Trabajando sobre un diagrama T-S:

$$W_{1-2} = \int_1^2 T dS = T \cdot (S_2 - S_1) \quad (130)$$

$$Q_{1-2} = T \cdot (S_2 - S_1) \quad (131)$$

Podemos concluir que durante un proceso isotérmico todo el trabajo extraído o añadido al sistema, se convertirá en calor absorbido o cedido, y viceversa.

### 11.1.2. Procesos isobáricos

Durante un proceso isobárico, la presión permanece constante. Utilizando el mismo razonamiento que el proceso anterior, la relación entre temperatura y volumen es:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{n \cdot R}{P_1} \quad (132)$$

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{n \cdot R}{P_2} \quad (133)$$

Siendo ( $P_1 = P_2$ ):

$$\frac{n \cdot R}{P_1} = \frac{n \cdot R}{P_2} = cte \quad (134)$$

Entonces:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (135)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (136)$$

Y en cuanto a la transformación de la energía:

$$\Delta U_{1-2} = n \cdot C_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (137)$$

Por lo tanto la durante un proceso isobárico la energía interna varía. Por otro lado, trabajando sobre un diagrama P-V:

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = P \cdot (V_2 - V_1) \quad (138)$$

Obteniendo como resultado la cantidad de calor absorbido o cedido por el sistema durante este proceso:

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + \Delta U_{1-2} = P \cdot (V_2 - V_1) + n \cdot C_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (139)$$

Recordando la definición de entalpía:

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + \Delta U_{1-2} = H_2 - H_1 \quad (140)$$

Se puede concluir que durante un proceso isobárico la energía en forma de calor será la suma de la variación de energía interna y el trabajo que sufre el fluido.

### 11.1.3. Procesos Isocoros

En estos procesos el volumen permanece constante y la temperatura y presión varían. Utilizando el mismo procedimiento para los procesos anteriores:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{n \cdot R}{V_1} \quad (141)$$

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{n \cdot R}{V_2} \quad (142)$$

Siendo ( $V_1 = V_2$ ):

$$\frac{n \cdot R}{V_1} = \frac{n \cdot R}{V_2} = cte \quad (143)$$

Entonces:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad (144)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (145)$$

Y en cuanto a la transformación de la energía:

$$\Delta U_{1-2} = n \cdot C_v \cdot (T_2 - T_1) \quad (146)$$



Por lo tanto la durante un proceso isocoro la energía interna varía. Por otro lado, trabajando sobre un diagrama P-V: Siendo  $V_1 = V_2$ , por lo que  $\Delta V = 0$ , dando lugar a:

$$W_{1-2} = \int_1^2 P dV = 0 \quad (147)$$

Obteniendo como resultado la cantidad de calor absorbido o cedido por el sistema durante este proceso:

$$Q_{1-2} = W_{1-2} + \Delta U_{1-2} = n \cdot C_v \cdot (T_2 - T_1) \quad (148)$$

Se puede concluir que durante un proceso isocoro el trabajo es siempre nulo, por lo que el calor absorbido o cedido sólo depende de la energía interna del fluido.

#### 11.1.4. Procesos Adiabáticos

Un proceso adiabático o isoentrópico, se caracteriza porque no se produce un intercambio de calor, el sistema se aísla térmicamente por lo que no se produce intercambio de energía ni materia, se está hablando de un sistema aislado. Siendo entonces ( $\Delta Q = 0$ ), por definición:

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_{1-2}}{T} = 0 \quad (149)$$

Por otro lado ya se ha comentado que para establecer una relación entre la variables de estados, en el caso de procesos adiabáticos, se emplea la ley de Poisson aplicada a los gases ideales, por lo que se puede definir la relación entre ellas:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2^\gamma}{V_1^\gamma} \quad (150)$$

Y:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_2^{\gamma-1}}{V_1^{\gamma-1}} \quad (151)$$

En cuanto al trabajo podemos deducir:

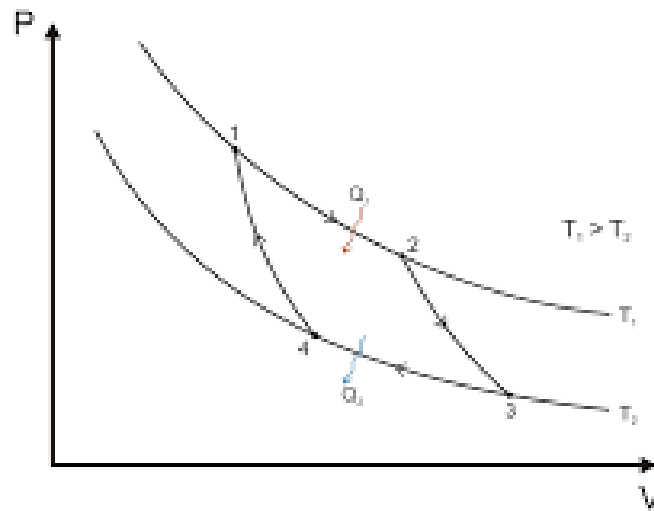
$$Q = W + \Delta U = 0 \quad (152)$$

$$W_{1-2} = -\Delta U_{1-2} = -n \cdot C_v \cdot (T_2 - T_1) \quad (153)$$

Se puede establecer como conclusión que todo el trabajo que se produce o extrae en el sistema se empleará en variar la energía interna del mismo, por lo que no interactúa con el entorno.

## 11.2. Rendimiento de un ciclo Carnot

El ciclo de Carnot (figura 15), aunque teórico, ya que en todos los procesos se produce alguna irreversibilidad debido a las pérdidas de enegía en los mismos, es la base de los posteriores ciclos termodinámicos de los motores, tanto de combustión interna como externa.

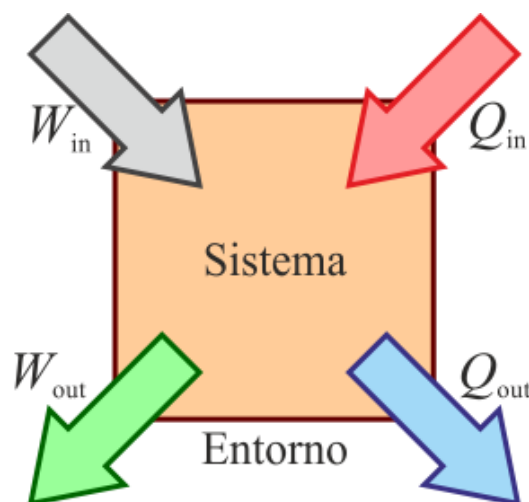


**Figura 15** – Ciclo de Carnot en gráfica P-V.

En este ciclo podemos diferenciar 4 estados y los diferentes procesos para alcanzar cada uno de ellos de manera secuencial.

Al no producirse intercambio de materia en el sistema, hablamos de un sistema cerrado, durante el ciclo ( $n$  constante), y al ser  $R$  una constante, las propiedades que varían son  $T$ ,  $P$  y  $V$ . Por lo que, el estudio se centrará en el balance de energía de los procesos partiendo de la ecuación 28 de variación de calor, de la cual se obtendrá el trabajo y el rendimiento del ciclo totales.

Se establece un criterio de signos, que nos indique los valores para el trabajo y el calor en cada proceso, así como los netos del ciclo completo. Este criterio está representado graficamente en la figura 16 y matemáticamente en las ecuaciones 154, 155 y 156.



**Figura 16** – Criterio de signos de calor y trabajo [13].

$$W_{in}(W < 0) + Q_{in}(Q > 0) = \Delta U + W_{out}(W > 0) + Q_{out}(Q < 0) \quad (154)$$

$$W = W_{neto} = W_{out} - W_{in} \quad (155)$$

$$Q = Q_{neto} = Q_{in} - Q_{out} \quad (156)$$

Para clasificar las variables con las trabajaremos, observando la figura 15, se nombran éstas según la tabla 5, señalando los valores máximos y mínimos de cada una de ellas:

Variables	Estado 1	Estado 2	Estado 3	Estado 4
Temperatura ( $K$ )	$T_1 = T_{alta}$	$T_2 = T_{alta}$	$T_3 = T_{baja}$	$T_4 = T_{baja}$
Volumen ( $m^3$ )	$V_1 = V_{min}$	$V_2$	$V_3 = V_{max}$	$V_4$
Presión ( $Pa$ )	$P_1 = P_{max}$	$P_2$	$P_3 = P_{min}$	$P_4$

**Tabla 5** – Tabla asignación de variables.

Estado 1:

En el estado 1 podemos identificar las propiedades iniciales del gas  $P_1$ ,  $T_1$  y  $V_1$ . Siendo:

$P_1$  = Presión inicial y punto de mayor presión.

$T_1$  = Temperatura inicial y de foco caliente.

$V_1$  = Volumen inicial y mínimo.

Partiendo de este estado se produce el proceso 1-2, que consiste en una expansión isotérmica, en la figura 15 se puede observar que el proceso transcurre a temperatura constante e igual a  $T_1$ .

Proceso 1-2:

Durante este proceso se produce una expansión isotérmica, durante la cual la presión y volumen inicial varían de forma gradual a temperatura constante. Como se ha establecido en el apartado de procesos isotérmicos la energía interna no varía.

$$\Delta U_{1-2} = n \cdot C_v \cdot (T_2 - T_1) = 0 \quad (157)$$

También queda definido el trabajo como:

$$W_{1-2} = n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (158)$$

Y:

$$W_{1-2} = T_{alta} \cdot (S_2 - S_1) \quad (159)$$

Obteniendo como resultado la cantidad de calor absorbido o cedido por el sistema durante este proceso (ecuación 52):

$$Q_{1-2} = W_{1-2} = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (160)$$

Teniendo en cuenta el criterio de signos antes descrito (figura 16) y siendo  $V_2 > V_1$ , se puede afirmar que el calor será positivo, por lo que se concluye que el sistema absorbe calor

del entorno. De igual manera el trabajo será positivo también por lo que se extrae del sistema. Para que la primera ley de la termodinámica, con  $\Delta U = 0$ , se cumpla:

$$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} - W_{1-2} \quad (161)$$

Deduciéndose así que toda la energía absorbida en forma calor por el sistema se transforma en trabajo, despreciando pérdidas. Dicho de otra forma, el calor entra y el trabajo sale del sistema con igual valor cuantitativo:

$$W_{in} + Q_{in} = \Delta U + W_{out} + Q_{out} = 0 \quad (162)$$

Siendo  $W_{in} = 0$ ,  $\Delta U = 0$ ,  $Q_{out} = 0$ :

$$Q_{in} = W_{out} \quad (163)$$

Durante este proceso el sistema varía su entropía, de manera que a mayor calor mayor desorden existe en el sistema:

$$\Delta S_{1-2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_{alta}} = \frac{Q_{1-2}}{T_{alta}} \quad (164)$$

$$\Delta S_{1-2} > 0 \quad (165)$$

Estado 2:

En este estado nos encontramos con que algunas propiedades han modificado sus valores debido al intercambio energético en el sistema, concretamente el descenso de la presión ( $P_2 < P_1$ ) y el aumento de volumen ( $V_2 > V_1$ ), por el contrario todavía la temperatura permanece constante.

La relación entre presión y volumen de los estados 1 y 2, queda definida por el proceso de expansión isotérmica:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \quad (166)$$

Proceso 2-3:

En este proceso el gas sufre una expansión adiabática, lo cual significa que el sistema se aísla térmicamente, pero continúa su expansión. Esto implica que el gas se enfría pero el sistema no cede el calor al entorno, lo que induce a una disminución de energía interna:

$$\Delta U_{2-3} = n \cdot C_v \cdot (T_3 - T_2) \quad (167)$$

En este caso  $T_2 > T_3$ , por lo que,  $\Delta U_{2-3} < 0$ .

Por otro lado, como se ha comentado la variación del calor dentro del sistema es nula, ( $Q_{2-3} = 0$ ). Se puede definir el trabajo según la ecuación 4:

$$W_{2-3} = -\Delta U_{2-3} = -n \cdot C_v \cdot (T_3 - T_2) > 0 \quad (168)$$

Volviendo al criterio de signos de la figura 16, con  $Q_{in} = Q_{out} = 0$  y  $W_{in} = 0$ .

$$W_{out} = \Delta U_{2-3} \quad (169)$$

Concluyendo, que toda la caída de energía interna se transforma en trabajo que sale del sistema. Además el desorden entrópico permanece constante, lo que implica en sí su reversibilidad:

$$\Delta S_{2-3} = 0 \quad (170)$$

Estado 3:

En este estado se alcanzan los valores mínimos de presión y temperatura y el máximo en volumen de todo el sistema. Como se demostrará a continuación, los procesos siguientes buscarán devolver el gas a su estado inicial, o estado 1, para completar así el ciclo. Termina la expansión del gas y comienza su compresión. La relación entre volúmenes y presiones partiendo del estado 2:

$$\frac{P_2}{P_3} = \frac{V_3^\gamma}{V_2^\gamma} \quad (171)$$

Y:

$$\frac{T_2}{T_3} = \frac{V_3^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \quad (172)$$

Proceso 3-4:

Este proceso se denomina expansión isotérmica, el sistema cederá calor a temperatura constante lo que provocará una compresión del gas, así como, una disminución en su volumen. Se asemeja al proceso 1-2 en el que también se produce un balance de energía, pero no de materia.

Partiendo de las premisas de que  $T = \text{constante}$  ( $T_3 = T_4$ ) y que  $V_3 > V_4$ , podemos prever que las diferencias principales se encontrarán en la variación los signos de las magnitudes.

Utilizando las ecuaciones deducidas anteriormente para la energía interna y el trabajo:

$$\Delta U_{3-4} = n \cdot C_v \cdot (T_3 - T_4) = 0 \quad (173)$$

$$W_{3-4} = n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_3}{V_4} < 0 \quad (174)$$

$$W_{3-4} = T_{baja} \cdot (S_4 - S_3) < 0 \quad (175)$$

Obteniendo como resultado el trabajo y la cantidad de calor absorbido o cedido por el sistema durante éste proceso:

$$Q_{3-4} = W_{3-4} + \Delta U_{3-4} = n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (176)$$

Teniendo en cuenta el criterio de signos antes descrito y que  $V_3 > V_4$ , se deduce que el calor

será negativo, por lo que se concluye que el sistema cede calor al entorno. Para que el balance de energía descrito, con  $\Delta U = 0$ , se cumpla:

$$\Delta U_{3-4} = Q_{3-4} - W_{3-4} \quad (177)$$

$$Q = n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (178)$$

Deduciéndose así que toda la energía cedida en forma de calor por el sistema se absorbe en forma de trabajo, despreciando pérdidas. Siendo trabajo y calor  $W = Q < 0$ . Dicho de otra forma, el calor sale y el trabajo entra del sistema con igual valor cuantitativo:

$$W_{in} + Q_{in} = \Delta U + W_{out} + Q_{out} \quad (179)$$

Siendo  $W_{out} = 0$ ,  $\Delta U = 0$ ,  $Q_{in} = 0$ :

$$Q_{out} = W_{in} \quad (180)$$

Durante este proceso el sistema varía su entropía, de manera que a menor calor menor desorden existe en el sistema:

$$\Delta S_{3-4} = S_3 - S_4 = \int_3^4 \frac{\delta Q}{T_{baja}} = \frac{Q_{3-4}}{T_{baja}} \quad (181)$$

$$\Delta S_{3-4} < 0 \quad (182)$$

Estado 4:

En este estado se termina la compresión isotérmica, que se realiza a temperatura constante e igual a la temperatura del foco frío. El resto de la compresión del gas se hará de forma adiabática. Para calcular los nuevos valores para volumen y presión, partiendo del estado 3, se vuelve a cumplir la relación de procesos isotérmicos:

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{P_3}{P_4} \quad (183)$$

Proceso 4-1:

Como en el proceso 2-3, esta compresión adiabática se realiza sin intercambio de calor ( $\Delta Q_{4-1} = 0$ ). Una vez más volviendo a la ecuación 4, se deduce:

$$\Delta U_{4-1} + W_{4-1} = 0 \quad (184)$$

Siendo  $T_4 < T_1$ , se puede concluir que  $\Delta U_{4-1} > 0$  siempre:

$$\Delta U_{4-1} = n \cdot C_v \cdot (T_1 - T_4) > 0 \quad (185)$$

Por otro lado, como se ha comentado la variación del calor dentro del sistema es nula. Se puede definir el trabajo según la ecuación 31:

$$W_{4-1} = -\Delta U_{4-1} = -n \cdot C_v \cdot (T_1 - T_4) < 0 \quad (186)$$

Volviendo al criterio de signos, con  $Q_{in} = Q_{out} = 0$  y  $W_{out} = 0$ .

$$W_{in} = \Delta U_{4-1} \quad (187)$$

Concluyendo, todo trabajo que entra al sistema se transforma en energía interna. Además el desorden entrópico permanece constante, lo que implica en sí su reversibilidad:

$$\Delta S_{4-1} = 0 \quad (188)$$

Estado final:

En este estado el gas recupera las mismas condiciones que en el estado 1, completando así el ciclo. El gas estaría listo para comenzar de nuevo el proceso 1-2:

$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{V_1^\gamma}{V_4^\gamma} \quad (189)$$

Y:

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}} \quad (190)$$

Una vez completado el ciclo y a modo de síntesis, para realizar el cálculo de los diferentes valores en cada estado, se configura la tabla 6. Usando el criterio de signos se realiza el balance de energía final. Para que una vez transcurridos todos los procesos, para que el gas esté en condiciones iniciales, toda la energía que sale es igual a la que entra, como se demuestra en la ecuación 118.

$$W_{in} = |n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} - n \cdot C_v \cdot (T_{baja} - T_{alta})| \quad (191)$$

$$W_{out} = |n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - n \cdot C_v \cdot (T_{alta} - T_{baja})| \quad (192)$$

$$Q_{in} = |n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}| \quad (193)$$

$$Q_{out} = |n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}| \quad (194)$$

$$\Delta U = n \cdot C_v \cdot (T_{baja} - T_{alta}) + n \cdot C_v \cdot (T_{alta} - T_{baja}) = 0 \quad (195)$$

$$W_{in} + Q_{in} = \Delta U + W_{out} + Q_{out} \quad (196)$$

Para demostrar la reversibilidad del ciclo volviendo a las ecuaciones 113 y 114.

Variables	Proceso 1-2	Proceso 2-3	Proceso 3-4	Proceso 4-1
Temperatura ( $K$ )	$T_{alta}$	$T_{alta}$	$T_{baja}$	$T_{baja}$
Volumen ( $m^3$ )	$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$	$\frac{T_{alta}}{T_{baja}} = \frac{V_3^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$	$\frac{V_4}{V_3} = \frac{P_3}{P_4}$	$\frac{T_{baja}}{T_{alta}} = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}}$
Presión ( $Pa$ )	$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$	$\frac{P_2}{P_3} = \frac{V_3^{\gamma}}{V_2^{\gamma}}$	$\frac{P_3}{P_4} = \frac{V_4}{V_3}$	$\frac{P_4}{P_1} = \frac{V_1^{\gamma}}{V_4^{\gamma}}$
Calor ( $J$ )	$Q_{12} > 0$	$Q_{23} = 0$	$Q_{34} < 0$	$Q_{41} = 0$
Energía interna ( $J$ )	$\Delta U_{12} = 0$	$\Delta U_{23} < 0$	$\Delta U_{34} = 0$	$\Delta U_{41} > 0$
Trabajo ( $J/^{\circ}K$ )	$W_{12} = Q_{12} > 0$	$W_{23} = -\Delta U_{23} > 0$	$W_{34} = Q_{34} < 0$	$W_{41} = -\Delta U_{41} < 0$
Criterio de signos	$(W > 0) = W_{out}$	$(W < 0) = W_{in}$	$(Q > 0) = Q_{in}$	$(Q < 0) = Q_{out}$
Entropía ( $J$ )	$S_{12} > 0$	$S_{23} = 0$	$S_{34} < 0$	$S_{41} = 0$

Tabla 6 – Tabla resumen.

$$\Delta S_{neto} = S_{1-2} + S_{2-3} + S_{3-4} + S_{4-1} \quad (197)$$

$$\Delta S_{neto} = \Delta S_{1-2} + \Delta S_{3-4} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_{alta}} + \int_3^4 \frac{\delta Q}{T_{baja}} = \frac{Q_{1-2}}{T_{alta}} + \frac{Q_{3-4}}{T_{baja}} = 0 \quad (198)$$

Llegados a este punto, una forma distinta de visualizar los distintos procesos dentro del ciclo de Carnot puede ser a través de una gráfica que relacione temperatura y entropía (figura 17). Es más sencillo en ella deducir que el trabajo obtenido del ciclo será igual a la diferencia entre calor absorbido y cedido.

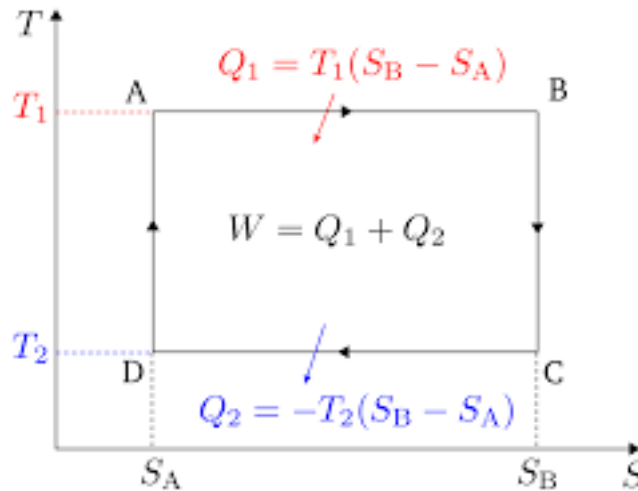


Figura 17 – Ciclo de Carnot en gráfica T-S.

También es interesante obtener los valores netos de calor (ecuación 202), energía interna (ecuación 200) y trabajo (ecuación 204), con varios objetivos claros. Por un lado demostrar que al final del ciclo  $\Delta U_{neto} = 0$  (la energía interna no varía); por otro conocer cual es el trabajo que extraemos al final del ciclo, pudiendo establecer el rendimiento total del mismo.

$$\Delta U_{neto} = \Delta U_{1-2} + \Delta U_{2-3} + \Delta U_{3-4} + \Delta U_{4-1} \quad (199)$$



$$\Delta U_{neto} = n \cdot C_v \cdot (T_{baja} - T_{alta}) + n \cdot C_v \cdot (T_{alta} - T_{baja}) = 0 \quad (200)$$

$$Q_{neto} = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-4} + Q_{4-1} \quad (201)$$

$$Q_{neto} = n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (202)$$

$$W_{neto} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-4} + W_{4-1} \quad (203)$$

$$W_{neto} = n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - n \cdot C_v \cdot (T_{baja} - T_{alta}) + n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} - n \cdot C_v \cdot (T_{alta} - T_{baja}) \quad (204)$$

Utilizando las ecuaciones 94 y 112 se puede establecer una relación entre todos los volúmenes de cada estado. Siendo  $T_1 = T_2 = T_{alta}$  y  $T_3 = T_4 = T_{baja}$

$$\frac{T_{baja}}{T_{alta}} = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}}, \frac{T_{alta}}{T_{baja}} = \frac{V_3^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \quad (205)$$

$$\frac{T_{baja}}{T_{alta}} = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}} = \frac{V_2^{\gamma-1}}{V_3^{\gamma-1}} \quad (206)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \quad (207)$$

Aplicando esta relación y cumpliéndose  $|\ln \frac{V_4}{V_3}| = |\ln \frac{V_3}{V_4}|$ , las ecuaciones se simplifican.

$$Q_{neto} = n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} - n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_3}{V_4} \quad (208)$$

$$Q_{neto} = n \cdot R \cdot (T_{alta} - T_{baja}) \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (209)$$

$$W_{neto} = n \cdot R \cdot (T_{alta} - T_{baja}) \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (210)$$

Para conocer el rendimiento del ciclo, partiendo de la ecuación general para el rendimiento:

$$\eta = \frac{E_{util}}{E_{consumida}} \quad (211)$$

Primero hay que identificar cuál es la energía útil y cuál la consumida. En este caso la energía que se extrae del ciclo al final de éste corresponde al trabajo neto ( $E_{util} = W_{neto}$ ), y el único aporte energético se produce en proceso 1-2, durante el cual se absorbe calor en el sistema ( $E_{consumida} = Q_{in}$ ). Además, como se ha comprobado anteriormente  $W_{neto} = Q_{in} - Q_{out}$ .

$$\eta = \frac{|W_{neto}|}{|Q_{in}|} = \frac{|Q_{in}| - |Q_{out}|}{|Q_{in}|} = 1 - \frac{|Q_{out}|}{|Q_{in}|} = 1 - \frac{|n \cdot R \cdot T_{baja} \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}|}{|n \cdot R \cdot T_{alta} \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}|} = 1 - \frac{T_{baja}}{T_{alta}} \quad (212)$$

$$\eta = \frac{|W_{neto}|}{|Q_{in}|} = \frac{|Q_{in}| - |Q_{out}|}{|Q_{in}|} = 1 - \frac{|Q_{out}|}{|Q_{in}|} = 1 - \frac{|T_{baja} \cdot (S_4 - S_3)|}{|T_{alta} \cdot (S_2 - S_1)|} = 1 - \frac{|H_4 - H_3|}{|H_2 - H_1|} \quad (213)$$

### 11.2.1. Conclusiones

Una vez demostrado el rendimiento de Carnot, se puede determinar que éste sólo depende de la relación entre las temperaturas de los focos.

$$\eta = 1 - \frac{T_{baja}}{T_{alta}} \quad (214)$$

También se puede concluir que el trabajo neto extraído del ciclo será, gráficamente, igual al área que encierren todos los procesos que lo definan. Por lo tanto, para mejorar el rendimiento se buscará, siempre, encerrar el mayor área posible dentro de los procesos. Esto es así tanto para los diagramas T-S como para los P-V.

Respecto al aporte energético que recibe el sistema, se realiza únicamente mediante la absorción de calor. Este concepto es importante cuando se tiene en cuenta el rendimiento de la fuente de calor externa al sistema, que puede afectar al rendimiento global.

A través de la variación entrópica se demuestra la reversibilidad del ciclo. Si se cambia la dirección de los procesos, y en definitiva, del ciclo, el valor del trabajo neto cambiaría de signo con igual magnitud, y el sistema en vez absorber calor lo cedería, siendo entonces negativo también, por lo que el rendimiento no se vería afectado.

## 12 Datos y cálculos de un motor Stirling sensorizado

### 12.1. Motor y sensorización

En este anexo se estudiará la eficiencia de un motor real instalado y sensorizado. El modelo escogido es un motor desarrollado por el centro Stirling alimentado por gas natural y diseñado para la microcogeneración capaz de administrar 1kWe y 6 kWt (figura 18).



**Figura 18** – Motor Stirling seleccionado.

El fluido de trabajo es nitrógeno a 28 bares y consta de 4 cilindros tipo beta conectados a un alternador con movimiento rómbico. Además contiene un sistema de recuperación del calor de los gases, por lo que aprovecha su calor de condensación, y el motor trabaja con el poder calorífico superior (PCS) del gas.

El motor se encuentra trabajando sin recuperador, almacenando el calor térmico en un acumulador, lo que provoca un aumento progresivo de la temperatura de agua en el sistema de refrigeración, pero el salto térmico permanece constante.

La sensorización se hace a través de los sensores preinstalados y con el software suministrado por la compañía. En la figura 19 se muestran los diferentes parámetros a controlar.

**Crank Temperature:** Temperatura de gases necesaria para el arranque del motor.

**Exhaust Temperature:** Temperatura de los gases sensorizada (foco caliente).

**Coolant in:** Temperatura de entrada de agua en el refrigerador (foco frío).

**Coolant out:** Temperatura de salida de agua en el refrigerador (foco frío).

**Power:** Potencia del motor sensorizada.

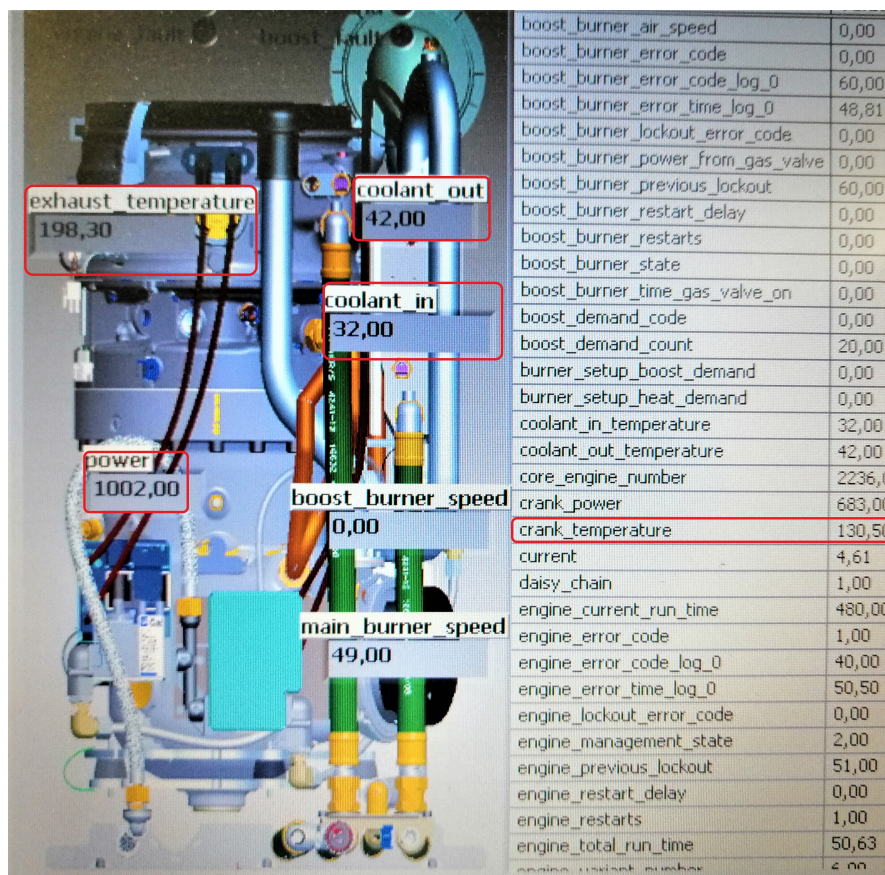


Figura 19 – Panel de control de la sensorización.

A parte de la sensorización por software, el motor tiene su propio panel que muestra la potencia eléctrica generada en cada momento (figura 20).

Para poder calcular el rendimiento del motor se tendrá en cuenta el consumo de energía aportada, control que se realiza a través de un contador de consumo de gas individualizado para el motor (figura 21).

Además, para obtener el rendimiento total del sistema de cogeneración, se dispone de un contador de energía térmica (figura 22).

## 12.2. Datos

Según fabricante, el rendimiento del motor oscila entre el 8-12 %, trabajando sin regenerador y el del total del sistema entre el 70-90 %.

La primera medida se realiza en un intervalo de 10 minutos y las siguientes en intervalos de 5 minutos, para justificar que en la primera medida el motor se encuentra en régimen permanente. Aparte de las medidas recogidas, se aportan otros datos adicionales como:

Caudal del circuito de agua:  $600 \frac{l}{h}$  ( $\rho_{agua} = 1000 \frac{Kg}{m^3}$ ).

Temperatura en la paredes exteriores al motor (figuras 23 y 24):  $33,1 - 34,6 ^\circ C$

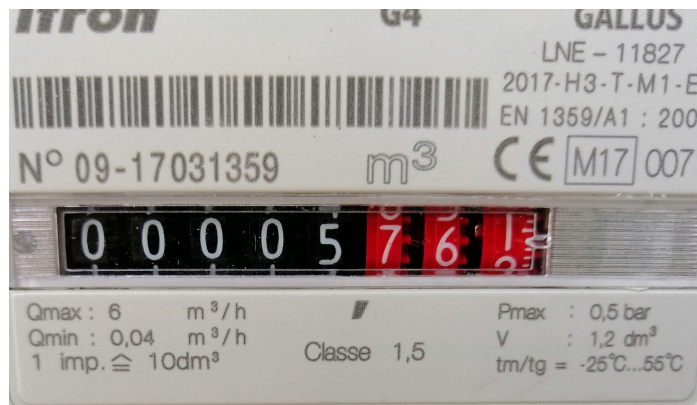
Temperatura de salida de gases (figura 25):  $36,8 ^\circ C$

Poder calorífico superior del gas natural (PCS):  $10,45 - 12,8 \frac{kWh}{m^3}$  (para los cálculos se emplea





**Figura 20** – Panel de control del motor.



**Figura 21** – Contador de gas.

la media que es:  $11,625 \frac{kWh}{m^3}$ )

Las medidas iniciales se justifican en las figuras 20, 21, 22 y 26.

Las medidas a los 10 minutos se justifican en las figuras 27, 28, 29 y 30.

Los datos recogidos se reflejan en la tabla 7.

### 12.3. Cálculos

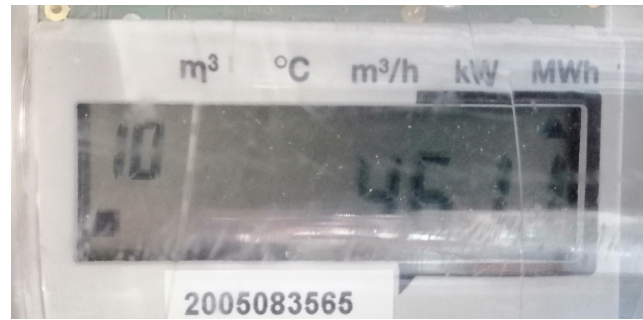
Una vez obtenidos los resultados se puede obtener el rendimiento del motor en el intervalo de tiempo. Para ello calculamos el caudal de gas en  $\frac{m^3}{h}$ , ponemos las potencias en valores instantáneos y operamos:

**Para 10 minutos:**

Volumen de gas consumido:

$$V_{gas} = (V_{10} - V_0) = 5,915 - 5,761 = 0,154m^3 \quad (215)$$

Caudal de gas:



**Figura 22** – Contador de energía térmica.



**Figura 23** – Temperatura mínima registrada en la pared exterior del motor.

$$q_{gas} = \frac{V_{gas}(m^3)}{t(min)} \cdot \frac{60min}{1h} = \frac{0,154}{10} \cdot \frac{60}{1} = 0,924 \frac{m^3}{h} \quad (216)$$

Potencia consumida:

$$P_{gas} = PCS_{gas}(kWh) \cdot q_{gas}(\frac{m^3}{h}) \cdot \frac{1h}{60min} \cdot t(min) = 11625 \cdot 0,924 \frac{1}{60} \cdot 10 = 1790,25W \quad (217)$$

Potencia eléctrica generada:

$$P_{ele,gen} = P_{motor}(Wh) \cdot \frac{1h}{60min} \cdot t(min) = 994 \cdot \frac{1}{60} \cdot 10 = 165,667W \quad (218)$$

Rendimiento del motor:

$$\eta_{motor} = \frac{165,667}{1790,25} = 0,0925 = 9,25\% \quad (219)$$

Rendimiento teórico:

$$\eta_{cc} = 1 - \frac{273,15 + 41,5}{273,15 + 202,9} = 0,3390 = 33,90\% \quad (220)$$



**Figura 24** – Temperatura máxima registrada en la pared exterior del motor.

Tiempo (min)	0	10	15	20	25	30
Volumen de gas ( $m^3$ )	5,761	5,915	5,999	6,083	6,159	6,241
Potencia térmica ( $MWh$ )	4,611	4,612	4,613	4,613	4,614	4,615
Potencia motor ( $Wh$ )	1010	994	998	991	993	1004
Tª de gases ( $^{\circ}C$ )	197,3	202,9	205,3	208,7	214,6	225,3
Tª de entrada del refrigerador ( $^{\circ}C$ )	32	36	38	40	41	42
Tª de salida del refrigerador ( $^{\circ}C$ )	42	47	49	50	52	53

**Tabla 7** – Tabla de mediciones recogidas.

Potencia térmica entregada:

Por contador:

$$P_{ter,gen} = P_{termica,0} - P_{termica,1} = 4,612 \cdot 10^6 - 4,611 \cdot 10^6 = 1000W \quad (221)$$

Por caudal:

$$\frac{m}{s} = q_{agua} \left( \frac{l}{h} \right) \cdot \rho_{agua} \left( \frac{Kg}{m^3} \right) \cdot \left( \frac{1m^3}{1000l} \right) \cdot \left( \frac{1h}{3600s} \right) = \frac{600 \cdot 1000}{1000 \cdot 3600} = 0,1667 \frac{Kg}{s} \quad (222)$$

$$P_{termica} = \frac{m}{s} \cdot C_e \cdot \left( \frac{\Delta T_{sal}}{2} - \frac{\Delta T_{ent}}{2} \right) \frac{1min}{60s} \cdot t(min) = 0,1667 \cdot 4180 \cdot 10,5 \frac{1}{60} \cdot 10 = 1219,1667W \quad (223)$$

Rendimiento térmico:



**Figura 25** – Temperatura de salida de los gases.

$$\eta_t = \frac{1219,1667}{1790,25} = 0,6810 = 68,10 \% \quad (224)$$

Rendimiento total:

$$\eta_{total} = \frac{165,667 + 1219,1667}{1790,25} = 0,7738 = 77,38 \% \quad (225)$$

Un vez establecido el metodo de cálculo se configura la tabla 8, para analizar los resultados.

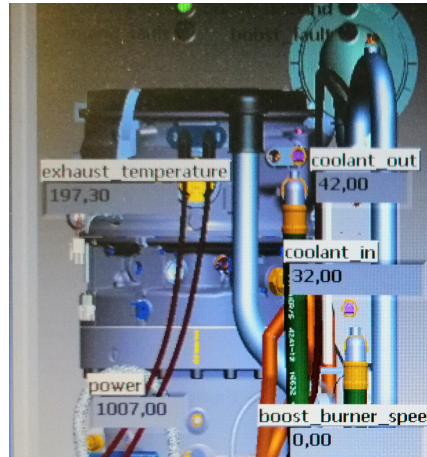
Tiempo (min)	10	15	20	25	30
Volumen de gas consumido ( $m^3$ )	0,154	0,084	0,084	0,076	0,082
Potencia consumida (W)	1790,250	976,500	976,500	883,500	953,250
Potencia eléctrica generada (W)	165,667	86,167	82,583	993	83,67
Potencia térmica generada (W)	1219,167	638,739	610,8	610,80	638,74
Rendimiento del motor (%)	9,25	8,82	8,46	9,37	8,78
Rendimiento teórico (%)	33,90	33,82	33,97	34,46	35,67
Rendimiento térmico (%)	68,10	65,41	62,55	69,13	67,01
Rendimiento total (%)	77,38	74,24	71	78,5	75,78

**Tabla 8** – Tabla de resultados.

## 12.4. Conclusiones.

Una vez realizados los cálculos se puede obtener el rendimiento medio del motor, de cogeneración y teórico, y compararlo con los datos proporcionados por el fabricante del 8-12 % en





**Figura 26** – Panel de control de la sensorización en el momento inicial.



**Figura 27** – Contador de gas a los 10 minutos.

el rendimiento del motor y del 70-90 % en el caso del sistema de cogeneración.

$$\eta_{motor,m} = \frac{\sum_i^n \eta_{motor}}{n} = 8,936 \% \quad (226)$$

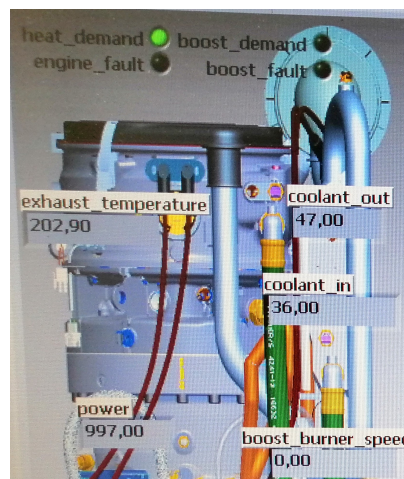
$$\eta_{total,m} = \frac{\sum_i^n \eta_{total}}{n} = 75,38 \% \quad (227)$$

$$\eta_{cc,m} = \frac{\sum_i^n \eta_{cc}}{n} = 34,364 \% \quad (228)$$

Por lo que se puede concluir que las pérdidas entre el rendimiento teórico y el real del motor representan el 25,428 %. Y la relación de pérdidas entre los rendimientos medios es de  $\frac{8,936}{34,364} = 26 \%$ , de la energía útil teórica sólo se aprovecha el 26 % realmente. Como el motor esta trabajando sin regenerador el motor necesita un mayor aporte de calor para completar el ciclo, el necesario para la compresión isocora, y además éste no se transforma en trabajo útil por lo que perjudica su rendimiento. Además hay que destacar las pérdidas por espacios muertos dentro del motor.



**Figura 28** – Panel de control del motor a los 10 minutos.



**Figura 29** – Panel de control de la sensorización a los 10 minutos.



**Figura 30** – Contador de energía térmica.

**TÍTULO: ESTUDIO DEL RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE  
COMBUSTIÓN EXTERNA - MOTOR STIRLING**

---

# **PLIEGO DE CONDICIONES**

---

**PETICIONARIO: ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA**

**AVDA. 19 DE FEBREIRO, S/N**

**15405 - FERROL**

**FECHA: DICIEMBRE DE 2018**

**AUTOR: EL ALUMNO**

**Fdo.: JAVIER GARCÍA CARBALLÉS**



## **Índice del documento PLIEGO DE CONDICIONES**

**13 Pliego de Condiciones**

**83**



## **13 Pliego de Condiciones**

El Pliego de Condiciones no ha lugar por tratarse de un estudio meramente teórico.





**TÍTULO: ESTUDIO DEL RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE  
COMBUSTIÓN EXTERNA - MOTOR STIRLING**

---

# **ESTADO DE MEDICIONES**

---

**PETICIONARIO: ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA**

**AVDA. 19 DE FEBREIRO, S/N**

**15405 - FERROL**

**FECHA: DICIEMBRE DE 2018**

**AUTOR: EL ALUMNO**

**Fdo.: JAVIER GARCÍA CARBALLÉS**



## **Índice del documento MEDICIONES**

<b>14 Estado de Mediciones</b>
--------------------------------

<b>89</b>
-----------



## 14 Estado de Mediciones

Para la realización de este estudio se ha necesitado el siguiente listado de tiempos:

**1. Recopilación de información:**

Búsqueda y selección de información perteneciente a los campos que abarca este TFG.

**2. Estudio de la información:**

Comprensión y estudio de la información seleccionada para proceder a su explicación.

**3. Estudio y pruebas del motor real:**

Estudio del motor real y pruebas del mismo para calcular su rendimiento.

**4. Diseño de la estructura y elaboración del estudio:**

Estructuración y desarrollo del presente TFG.

Concepto	Cantidad (horas)
Recopilación de la información	160
Estudio de la información	40
Estudio y pruebas del motor real	10
Diseño y elaboración	80
<b>TOTAL</b>	<b>290</b>

**Tabla 9** – Estado de Mediciones.



**TÍTULO: ESTUDIO DEL RENDIMIENTO DE UN MOTOR DE  
COMBUSTIÓN EXTERNA - MOTOR STIRLING**

---

# **PRESUPUESTO**

---

**PETICIONARIO: ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA**

**AVDA. 19 DE FEBREIRO, S/N**

**15405 - FERROL**

**FECHA: DICIEMBRE DE 2018**

**AUTOR: EL ALUMNO**

**Fdo.: JAVIER GARCÍA CARBALLÉS**





**Índice del documento PRESUPUESTO**

<b>15 Precios unitarios de mano de obra</b>
---

<b>95</b>
-----------



## 15 Precios unitarios de mano de obra

Concepto	Cantidad (horas)	Precio (€/hora)	Total (€)
Recopilación de la información	160	35	5600,00
Estudio de la información	40	35	1400,00
Estudio y pruebas del motor real	10	35	350,00
Diseño y elaboración del estudio	80	35	2800,00
<b>TOTAL</b>	<b>245</b>		<b>10150,00</b>
<b>TOTAL (I.V.A.)</b>		<b>21 %</b>	<b>12281,5</b>

**Tabla 10** – Presupuesto mano de obra.